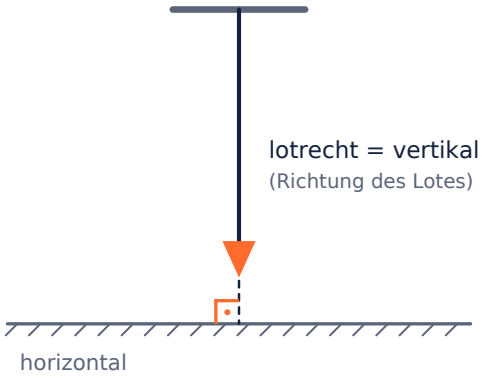
Vertikal, lotrecht, senkrecht

Drei Wörter, zwei Bedeutungen – wann etwas lotrecht ist und wann „nur“ senkrecht.

Lotrecht und vertikal

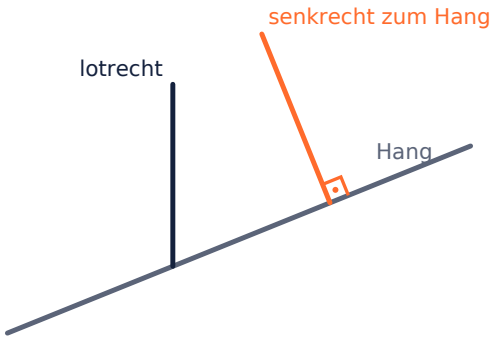
Lotrecht und vertikal bedeuten dasselbe: in Richtung der Schwerkraft, also genau so, wie ein Senklot hängt – zum Erdmittelpunkt hin. Ein lotrechter Mast steht „kerzengerade“ nach oben.



Das Senklot zeigt die lotrechte (vertikale) Richtung

Senkrecht (normal)

Senkrecht (in der Mathematik auch normal, Zeichen ⊥) bedeutet: Zwei Geraden oder Ebenen schließen einen rechten Winkel (90°) ein. Senkrecht braucht also immer einen Bezug – senkrecht wozu?



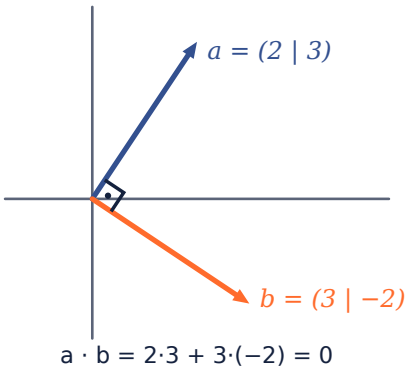
Am Hang sind „lotrecht“ und „senkrecht zum Hang“ verschiedene Richtungen

Merke: Jede lotrechte Gerade steht senkrecht auf der Horizontalen. Aber nicht jede senkrechte Gerade ist lotrecht – am Hang zeigt die Senkrechte schräg!

Senkrecht in der Rechnung

Vektoren: Zwei Vektoren stehen normal aufeinander, wenn ihr Skalarprodukt null ist. Einen Normalvektor in der Ebene erhält man durch Vertauschen und ein Vorzeichen:

$$a \perp b \;\Leftrightarrow\; a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 = 0 \qquad (a \,|\, b) \;\to\; (-b \,|\, a)$$



Vektoren mit Skalarprodukt 0 stehen normal aufeinander

Geraden: Zwei Geraden mit den Steigungen k_1 und k_2 stehen senkrecht aufeinander, wenn gilt:

$$k_1 \cdot k_2 = -1 \qquad \text{bzw.} \qquad k_2 = -\frac{1}{k_1}$$

Beispiele

Beispiel 1: Vektoren prüfen

Stehen $a = (2\,|\,3)$ und $b = (3\,|\,-2)$ normal aufeinander?

$a \cdot b = 2 \cdot 3 + 3 \cdot (-2) = 0 \;\rightarrow\;$ ja, sie sind normal.

Beispiel 2: Senkrechte Gerade

Gesucht ist die Gerade, die auf g: $y = 2x + 1$ senkrecht steht und durch P(4 | 1) geht.

$k = -\frac{1}{2}$; $1 = -\frac{1}{2} \cdot 4 + d \;\rightarrow\; d = 3 \;\rightarrow\; y = -0{,}5x + 3$

Typische Fehler

- „Senkrecht“ und „lotrecht“ gleichsetzen – senkrecht braucht immer eine Bezugsgerade.
- Bei Geraden $k_2 = -k_1$ statt $k_2 = -\frac{1}{k_1}$ rechnen.
- Beim Normalvektor nur vertauschen und das Minus vergessen.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
Sind $a = (4 \mid -1)$ und $b = (1 \mid 4)$ normal zueinander?	$4 \cdot 1 + (-1) \cdot 4 = 0 \rightarrow ja$
Gib einen Normalvektor $zuv = (5 \mid 2)an$.	(−2 | 5) – Kontrolle: $5 \cdot (-2) + 2 \cdot 5 = 0$
Eine Gerade hat die Steigung $k = \frac{3}{4}$. Welche Steigung hat eine dazu senkrechte Gerade?	$k = -\frac{4}{3}$
Ein Zaunpfahl steht lotrecht auf einem Hang mit 20° Neigung. Welchen Winkel schließt er mit dem Hang ein (bergseitig)?	$90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$ (talseitig 110°)
Stehen (3 | 6) und (−4 | 2) senkrecht aufeinander?	$3 \cdot (-4) + 6 \cdot 2 = 0 \rightarrow ja$