Venn-Diagramme

Mengen und ihre Verknüpfungen mit Kreisen darstellen – und damit Zählaufgaben übersichtlich lösen.

Mengen als Kreise

In einem Venn-Diagramm wird jede Menge durch einen Kreis dargestellt, die Grundmenge durch ein Rechteck. Überlappen sich zwei Kreise, liegen im gemeinsamen Bereich die Elemente, die zu beiden Mengen gehören.

Die Verknüpfungen

Schreibweise	Name	Bereich im Diagramm
A ∩ B	Durchschnitt	die Überlappung
A ∪ B	Vereinigung	beide Kreise zusammen
A \ B	Differenz	A ohne die Überlappung
A′	Komplement	alles außerhalb von A

Zählen mit dem Diagramm

Bei Zählaufgaben trägt man die Anzahlen von innen nach außen ein: zuerst die Überlappung, dann die Reste der Kreise, zuletzt den Bereich außerhalb.

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

Die Überlappung wird abgezogen, weil ihre Elemente sonst doppelt gezählt würden.

Beispiele

Beispiel 1

In einer Klasse mit 25 Kindern spielen 12 Fußball, 9 Tennis und 4 beides. Mindestens eines: $12 + 9 - 4 =$ 17. Keines: $25 - 17 =$ 8.

Beispiel 2

$A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5\}$: $A \cap B = \{3, 4\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A \setminus B = \{1, 2\}$.

Typische Fehler

- Die Überlappung doppelt zählen.
- ∩ und ∪ verwechseln.
- Den Bereich außerhalb der Kreise vergessen.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
1. Von 30 Personen lernen 18 Englisch, 12 Französisch, 5 beide Sprachen. Wie viele lernen keine?	$18 + 12 - 5 = 25$; $30 - 25 = 5$
2. $A = \{2, 4, 6, 8\}$, $B = \{4, 8, 12\}$. Bestimme A ∩ B und A \ B.	$A \cap B = \{4, 8\}$; $A \setminus B = \{2, 6\}$
3. Zu Aufgabe 1: Wie viele lernen nur Englisch?	$18 - 5 = 13$
4. Wann ist A ∩ B leer?	Wenn A und B kein gemeinsames Element haben (die Kreise überlappen nicht).

Häufige Fragen

Geht das auch mit drei Mengen?

Ja, mit drei einander überlappenden Kreisen entstehen acht Bereiche. Man beginnt wieder ganz innen, bei den Elementen, die zu allen drei Mengen gehören.

Teste dich: Kreuze die richtige Antwort an

1. A ∩ B enthält die Elemente, die … ☐ a) in A oder B liegen ☐ b) in A und in B liegen
2. $12 + 9 - 4$ berechnet die Anzahl in … ☐ a) A ∪ B ☐ b) A ∩ B
3. A \ B ist … ☐ a) A ohne die Elemente von B ☐ b) B ohne die Elemente von A

Lösungen: 1 b, 2 a, 3 a