Teilweises Wurzelziehen und Nenner rational machen

Wurzeln vereinfachen, ohne den Taschenrechner zu bemühen – und Brüche so umformen, dass im Nenner keine Wurzel mehr steht.

Teilweises Wurzelziehen

Steckt im Radikanden eine Quadratzahl als Faktor, kann man aus diesem Faktor die Wurzel ziehen und ihn vor die Wurzel schreiben.

$$\sqrt{a^2 \cdot b} = a \cdot \sqrt{b}$$

für $a \geq 0$

Vorgehen: Radikand in ein Produkt mit einer möglichst großen Quadratzahl zerlegen: $\sqrt{72} = \sqrt{36 \cdot 2} = 6 \cdot \sqrt{2}$.

Unter die Wurzel bringen

Umgekehrt kommt ein Faktor quadriert unter die Wurzel: $3 \cdot \sqrt{5} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{45}$. Das hilft beim Größenvergleich.

Nenner rational machen

Eine Wurzel im Nenner beseitigt man durch Erweitern mit dieser Wurzel. Der Wert des Bruchs ändert sich dabei nicht.

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a \cdot \sqrt{b}}{b}$$

Steht im Nenner eine Summe wie $1 + \sqrt{2}$, erweitert man mit $1 - \sqrt{2}$ (dritte binomische Formel) – dann fällt die Wurzel weg.

Beispiele

Beispiel 1

$\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = 5 \cdot \sqrt{2}$.

Beispiel 2

$\frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6 \cdot \sqrt{3}}{3} = 2 \cdot \sqrt{3}$.

Typische Fehler

- Nicht die größte Quadratzahl herausziehen ($\sqrt{72} = 3 \cdot \sqrt{8}$ ist noch nicht fertig).
- Wurzeln mit verschiedenen Radikanden addieren ($\sqrt{2} + \sqrt{3}$ ist nicht √5).
- Beim Erweitern nur den Nenner multiplizieren.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
1. Ziehe teilweise die Wurzel: $\sqrt{48}$	$\sqrt{16 \cdot 3} = 4 \cdot \sqrt{3}$
2. Vereinfache: $\sqrt{18} + \sqrt{8}$	$3 \cdot \sqrt{2} + 2 \cdot \sqrt{2} = 5 \cdot \sqrt{2}$
3. Mache den Nenner rational: $\frac{10}{\sqrt{5}}$	$\frac{10 \cdot \sqrt{5}}{5} = 2 \cdot \sqrt{5}$
4. Bringe unter die Wurzel: $2 \cdot \sqrt{7}$	$\sqrt{4 \cdot 7} = \sqrt{28}$

Häufige Fragen

Wozu macht man den Nenner rational?

Früher, um ohne Taschenrechner leichter dividieren zu können. Heute vor allem, um Ergebnisse einheitlich anzugeben und Terme leichter vergleichen und zusammenfassen zu können.

Teste dich: Kreuze die richtige Antwort an

1. $\sqrt{12} = \ldots$ ☐ a) $2 \cdot \sqrt{3}$ ☐ b) $3 \cdot \sqrt{2}$ ☐ c) 6
2. $\frac{1}{\sqrt{2}} = \ldots$ ☐ a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ☐ b) $2 \cdot \sqrt{2}$ ☐ c) √2
3. $5 \cdot \sqrt{2} = \ldots$ ☐ a) $\sqrt{10}$ ☐ b) $\sqrt{50}$ ☐ c) $\sqrt{20}$

Lösungen: 1 a, 2 a, 3 b