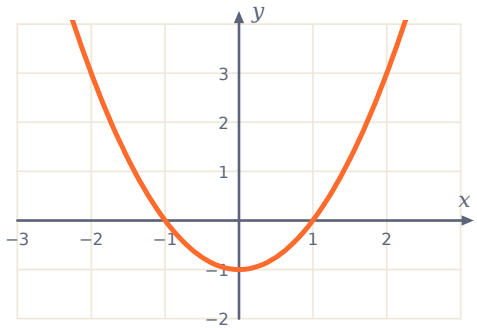
Symmetrie: gerade und ungerade Funktionen

Achsensymmetrisch oder punktsymmetrisch? So erkennst du Symmetrie am Funktionsterm.

Gerade Funktionen

Eine Funktion heißt gerade, wenn ihr Graph symmetrisch zur y-Achse ist. Dann gilt für alle x:

$$f(-x) = f(x)$$



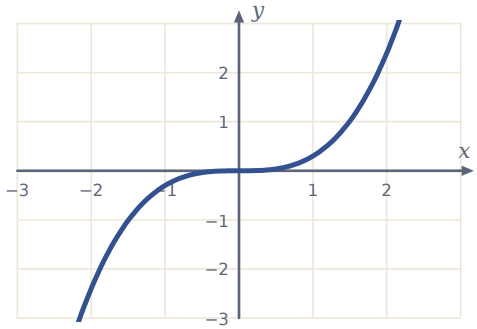
$f(x) = x^2 - 1$ *ist achsensymmetrisch zur y-Achse*

Polynomfunktionen mit nur geraden Hochzahlen (x^0, x^2, x^4, …) sind gerade.

Ungerade Funktionen

Eine Funktion heißt ungerade, wenn ihr Graph punktsymmetrisch zum Ursprung ist:

$$f(-x) = -f(x)$$



$f(x) = 0{,}3x^3$ *ist punktsymmetrisch zum Ursprung*

Polynomfunktionen mit nur ungeraden Hochzahlen (x^1, x^3, x^5, …) sind ungerade.

Symmetrie prüfen

Man setzt −x ein und vergleicht mit f(x) und −f(x). Kommen gerade und ungerade Hochzahlen gemischt vor (oder ein absolutes Glied bei ungeraden), liegt meist keine dieser Symmetrien vor.

Achtung: Das absolute Glied zählt als x^0 – also als gerade Hochzahl.

Beispiele

Beispiel 1

$f(x) = x^4 - 2x^2$: $f(-x) = (-x)^4 - 2(-x)^2 = x^4 - 2x^2 = f(x)$ → gerade.

Beispiel 2

$f(x) = x^3 + x$: $f(-x) = -x^3 - x = -f(x)$ → ungerade. Dagegen hat $x^2 + x$ keine dieser Symmetrien.

Typische Fehler

- Das absolute Glied als ungerade Hochzahl werten.
- $(-x)^2 = -x^2$ rechnen – richtig ist +x².
- Nur einen einzelnen x-Wert prüfen statt allgemein.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
Ist $f(x) = 3x^4 + 1$ gerade, ungerade oder keines von beiden?	gerade (nur gerade Hochzahlen, $1 = 1 \cdot x^0$)
Ist $f(x) = 5x - x^3$ gerade oder ungerade?	ungerade
Ist $f(x) = x^3 + 2$ symmetrisch?	keine dieser Symmetrien (ungerade Hochzahl und absolutes Glied gemischt)
Prüfe $f(x) = x^2 - 4x$ rechnerisch.	$f(-x) = x^2 + 4x$ – weder f(x) noch −f(x) → keine Symmetrie
Eine gerade Funktion hat $f(3) = 7$. Wie groß ist f(−3)?	7