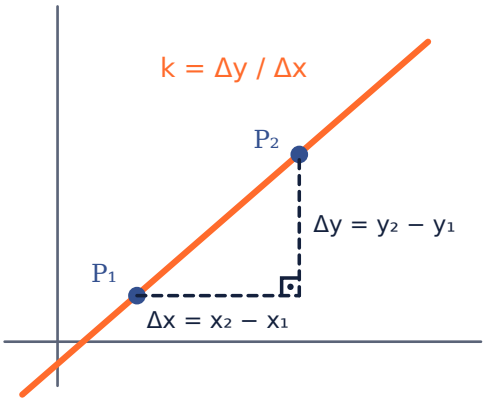
Die Steigung

Wie stark steigt eine Gerade? Steigung aus zwei Punkten berechnen – und die Geradengleichung aufstellen.

Was ist die Steigung?

Die Steigung k gibt an, um wie viel der y-Wert zunimmt, wenn x um 1 zunimmt. Man liest sie am Steigungsdreieck ab:



Steigungsdreieck zwischen P_1 und P_2

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Lineare Funktion

Eine Gerade hat die Gleichung $y = k \cdot x + d$. Dabei ist k die Steigung und d der Abschnitt auf der y-Achse. Kennt man k und einen Punkt, erhält man d durch Einsetzen.

- $k > 0$: steigend · $k < 0$: fallend · $k = 0$: waagrecht
- Steigung in Prozent: p = k · 100 % (z. B. Straßenschilder)
- Steigungswinkel: $\tan \alpha = k$

Mittlere Änderungsrate

Bei gekrümmten Funktionen (z. B. Parabeln) gibt der Differenzenquotient die durchschnittliche Steigung auf einem Intervall [a; b] an:

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

mittlere Änderungsrate = Steigung der Sekante

In der Wirtschaft: Bei einer linearen Kostenfunktion $K(x) = 0{,}5x + 20$ ist die Steigung 0,5 € pro Stück – die variablen Stückkosten.

Beispiele

Beispiel 1: Gerade durch zwei Punkte

$P_1(2 \mid 3)$, $P_2(6 \mid 11)$: $k = \frac{8}{4} = 2$; $3 = 2 \cdot 2 + d \rightarrow d = -1$

$y = 2x - 1$

Beispiel 2: Kostenfunktion

$K(x) = 0{,}5x + 20 (in €)$. Die Steigung 0,5 bedeutet: Jedes weitere Stück kostet 0,50 €; die Fixkosten sind 20 €.

Typische Fehler

- Δx und Δy vertauschen ($k = \frac{\Delta y}{\Delta x}$!).
- Die Reihenfolge der Punkte oben und unten unterschiedlich wählen.
- Bei der Gleichung d mit falschem Vorzeichen bestimmen.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
Berechne die Steigung der Geraden durch (1 | 4) und (5 | 12).	$k = \frac{8}{4} = 2$
Gerade durch (−2 | 7) und (4 | 1): Steigung und Gleichung?	$k = -\frac{6}{6} = -1$; $d = 5 \rightarrow y = -x + 5$
Eine Gerade hat $k = 3$ und geht durch (2 | 1). Wie lautet ihre Gleichung?	$1 = 6 + d \rightarrow d = -5 \rightarrow y = 3x - 5$
Berechne die mittlere Änderungsrate von $f(x) = x^2$ auf [1; 3].	$\frac{9 - 1}{3 - 1} = 4$
Eine Straße hat 8 % Steigung. Wie groß ist k, und wie viel Höhe gewinnt man auf 2,5 km waagrecht?	$k = 0{,}08$; $2500 \cdot 0{,}08 = 200\,\mathrm{m}$