Steckbriefaufgaben und Trassierung

Aus Eigenschaften wie Punkten, Extremstellen und Steigungen die Funktionsgleichung bestimmen – bis hin zum knickfreien Übergang zweier Straßen.

Die Idee

Bei einer Steckbriefaufgabe (Umkehraufgabe) ist die Funktion gesucht. Gegeben sind Eigenschaften ihres Graphen. Jede Eigenschaft wird in eine Gleichung übersetzt.

Eigenschaft	Gleichung
Punkt P(2 | 5) liegt auf dem Graphen	$f(2)=5$
Extremstelle bei $x=1$	$f'(1)=0$
Wendestelle bei $x=3$	$f''(3)=0$
Steigung 4 an der Stelle 0	$f'(0)=4$
Hochpunkt H(1 | 6)	$f(1)=6$ und $f'(1)=0$

Wie viele Bedingungen?

Eine Polynomfunktion vom Grad n hat $n+1$ Koeffizienten – man braucht ebenso viele Bedingungen. Für Grad 3 also vier.

- Ansatz aufschreiben, z. B. $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$.
- Ableitungen bilden.
- Bedingungen in Gleichungen übersetzen.
- Gleichungssystem lösen und Probe machen.

Trassierung

Sollen zwei Wegstücke durch eine Kurve verbunden werden, verlangt man an den Anschlussstellen: gleicher Funktionswert (kein Sprung), gleiche Steigung (kein Knick) und oft gleiche Krümmung (kein Ruck).

Symmetrie spart Arbeit: Ist der Graph symmetrisch zur y-Achse, kommen nur gerade Hochzahlen vor.

Beispiele

Beispiel 1

Gesucht: Parabel mit Scheitel S(1 | 2) durch P(0 | 3). $f(1)=2$, $f'(1)=0$, $f(0)=3 \;\rightarrow\; c=3$, $2a+b=0$, $a+b=-1 \;\rightarrow\; a=1$, $b=-2$. $f(x)=x^2-2x+3$.

Beispiel 2

Trassierung von A(0 | 0) nach B(4 | 2), beide Anschlüsse waagrecht: $f(x)=ax^3+bx^2$ mit $f(4)=2$ und $f'(4)=0 \;\rightarrow\; f(x)=-\frac{x^3}{16}+\frac{3x^2}{8}$.

Typische Fehler

- Extrempunkt nur als eine Bedingung zählen (es sind zwei).
- Wendestelle mit f′ statt f″ übersetzen.
- Zu wenige Bedingungen aufstellen.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
1. Übersetze: „Der Graph hat im Punkt T(2 | −1) einen Tiefpunkt.“	$f(2) = -1$ und $f'(2) = 0$
2. Wie viele Bedingungen braucht man für eine Polynomfunktion 4. Grades?	Fünf
3. Bestimme die Gerade mit $f(0) = 2$ und $f'(0) = 3$.	$f(x) = 3x + 2$
4. Parabel durch den Ursprung mit Hochpunkt H(2 | 4). Bestimme f.	$c = 0$; $4a + 2b = 4$; $4a + b = 0 \rightarrow a = -1$, $b = 4$; $f(x) = -x^2 + 4x$

Häufige Fragen

Warum heißt das Steckbriefaufgabe?

Wie bei einem Steckbrief kennt man einzelne Merkmale des Gesuchten und schließt daraus auf die Funktion.

Teste dich: Kreuze die richtige Antwort an

1. „Extremstelle bei $x = 2$“ bedeutet … ☐ a) $f(2) = 0$ ☐ b) $f'(2) = 0$
2. Grad 3 braucht … Bedingungen. ☐ a) drei ☐ b) vier
3. Knickfrei bedeutet: gleiche … ☐ a) Steigung ☐ b) Höhe
4. Welche Aussage beschreibt einen typischen Fehler? ☐ a) Ansatz aufschreiben, z. B. $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. ☐ b) Extrempunkt nur als eine Bedingung zählen (es sind zwei). ☐ c) Bedingungen in Gleichungen übersetzen.
5. Was ist ein typischer Fehler bei diesem Thema? ☐ a) Gleichungssystem lösen und Probe machen. ☐ b) Ansatz aufschreiben, z. B. $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. ☐ c) Wendestelle mit f′ statt f″ übersetzen.
6. Welcher dieser Punkte ist ein Fehler, den du vermeiden solltest? ☐ a) Zu wenige Bedingungen aufstellen. ☐ b) Bedingungen in Gleichungen übersetzen. ☐ c) Gleichungssystem lösen und Probe machen.

Lösungen: 1 b, 2 b, 3 a, 4 b, 5 c, 6 a