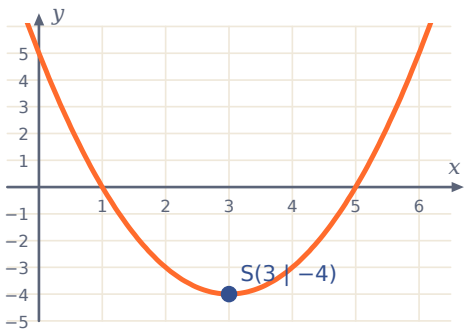
Scheitelpunkt

Den höchsten oder tiefsten Punkt einer Parabel berechnen – mit Formel und Scheitelform.

Was ist der Scheitelpunkt?

Der Scheitelpunkt S ist der höchste (bei $a < 0$) bzw. tiefste Punkt (bei $a > 0$) einer Parabel. Durch ihn verläuft die Symmetrieachse.



$f(x) = x^2 - 6x + 5$ *mit Scheitel S(3 | −4)*

Scheitel berechnen

$$x_S = -\frac{b}{2a} \qquad y_S = f(x_S)$$

Scheitelform

In der Scheitelform kann man den Scheitel direkt ablesen – Achtung auf das Vorzeichen bei x_S:

$$f(x) = a \cdot (x - x_S)^2 + y_S$$

Anwendung: Maximale Höhe, maximaler Gewinn, minimale Kosten – immer der Scheitelpunkt!

Beispiele

Beispiel 1

$f(x) = x^2 - 6x + 5$: $x_S = \frac{6}{2} = 3$; $y_S = 9 - 18 + 5 = -4$ → S(3 | −4)

Beispiel 2

$f(x) = 3(x - 1)^2 + 2$ → S(1 | 2) direkt ablesen.

Typische Fehler

- In der Scheitelform das Vorzeichen von x_S falsch ablesen.
- y_S nicht ausrechnen.
- Bei $a < 0$ von einem Tiefpunkt sprechen.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
Scheitel von $f(x) = 2x^2 + 8x + 3$?	$x_S = -2$; $y_S = 8 - 16 + 3 = -5 \;\rightarrow\; S(-2 \mid -5)$
Scheitel von $f(x) = -x^2 + 4x$?	S(2 | 4)
Scheitel von $f(x) = (x+3)^2 - 1$?	S(−3 | −1)
Gewinn $G(x) = -0{,}5x^2 + 30x - 200$: Maximum?	$x = 30$; $G(30) = 250$
Schreibe $f(x) = x^2 - 4x + 7 in$ Scheitelform.	$(x-2)^2 + 3$