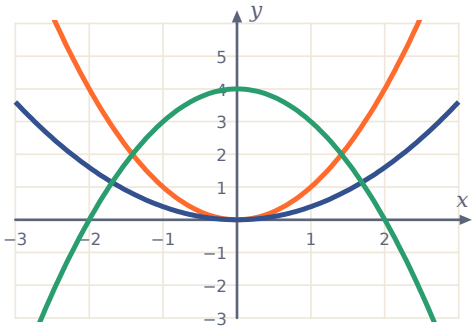
Parabel

Der Graph quadratischer Funktionen: Öffnung, Breite, Scheitel und Nullstellen.

Was ist eine Parabel?

Der Graph einer quadratischen Funktion $f(x) = ax^2 + bx + c$ heißt Parabel. Sie ist symmetrisch zu einer senkrechten Achse durch ihren Scheitelpunkt.



x² (orange), 0,4x² (blau, breiter), $-x^2 + 4$ (grün, nach unten offen)

Der Einfluss von a

- $a > 0$: nach oben offen, Scheitel ist Tiefpunkt
- $a < 0$: nach unten offen, Scheitel ist Hochpunkt
- $|a| > 1$: schmäler, $|a| < 1$: breiter als x²

Besondere Punkte

- Scheitelpunkt: $x_S = -\frac{b}{2a}$
- y-Achsenabschnitt: (0 | c)
- Nullstellen: $ax^2 + bx + c = 0$ – zwei, eine oder keine

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Beispiele

Beispiel 1

$f(x) = x^2 - 4x + 3$: nach oben offen, Scheitel bei $x = 2 \rightarrow S(2 \mid -1)$, Nullstellen 1 und 3, y-Achsenabschnitt 3.

Beispiel 2

$f(x) = -2x^2 + 8$: nach unten offen und schmal, Scheitel (0 | 8), Nullstellen ±2.

Typische Fehler

- Breite und Öffnungsrichtung verwechseln.
- Das Minus $in x_S = -\frac{b}{2a}$ vergessen.
- Glauben, jede Parabel habe zwei Nullstellen.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
Ist $f(x) = -0{,}5x^2 + 3$ nach oben oder unten offen? Breiter oder schmäler als x²?	nach unten, breiter
Scheitel von $f(x) = x^2 + 6x$?	$x = -3$; S(−3 | −9)
Nullstellen von $f(x) = x^2 - 9$?	±3
y-Achsenabschnitt von $f(x) = 2x^2 - x + 5$?	5
Wie viele Nullstellen hat $x^2 + 1$?	keine