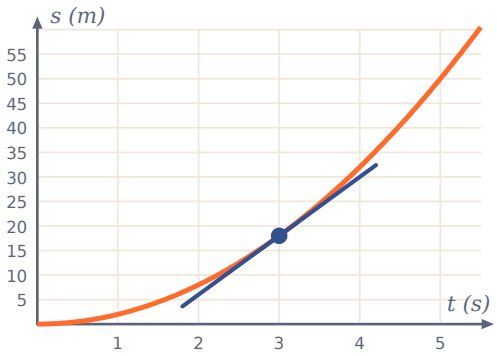
Momentangeschwindigkeit

Wie schnell genau jetzt? Die Ableitung der Weg-Zeit-Funktion – wie der Tacho.

Definition

Die Momentangeschwindigkeit ist die Geschwindigkeit zu einem bestimmten Zeitpunkt – das, was der Tacho anzeigt. Mathematisch ist sie die Ableitung der Weg-Zeit-Funktion.

$$v(t) = s'(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$



$s(t) = 2t^2$: *Tangente bei* $t = 3\,\mathrm{s}$ *mit Steigung* $12 \;\rightarrow\; v(3) = 12\,\mathrm{m/s}$

Geometrische Bedeutung

Die Momentangeschwindigkeit ist die Steigung der Tangente im s-t-Diagramm.

Beispiele

- $s(t) = 5t^2 \;\rightarrow\; v(t) = 10t$
- freier Fall $s(t) = 4{,}905t^2 \;\rightarrow\; v(t) = 9{,}81t$
- gleichförmig $s(t) = 20t \;\rightarrow\; v(t) = 20$ (konstant)

Beispiele

Beispiel 1

$s(t) = 5t^2$: $v(t) = 10t \;\rightarrow\; v(3) = 30\,\mathrm{m/s} = 108\,\mathrm{km/h}$.

Beispiel 2

$s(t) = 2t^2$: $v(t) = 4t \;\rightarrow\; v(3) =$ 12 m/s, während die mittlere Geschwindigkeit von 0 bis 3 s nur 6 m/s beträgt.

Typische Fehler

- Momentane und mittlere Geschwindigkeit verwechseln.
- s(t) statt s′(t) berechnen.
- Einheiten vergessen.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
$s(t) = 3t^2 + 2t$. Momentangeschwindigkeit bei $t = 2$?	$v(t) = 6t + 2 \;\rightarrow\; 14\,\mathrm{m/s}$
Freier Fall: Geschwindigkeit nach 2 s?	$9{,}81 \cdot 2 = 19{,}62\,\mathrm{m/s}$
Wann ist bei $s(t) = -t^2 + 8t$ die Geschwindigkeit null?	$v = -2t + 8 = 0 \;\rightarrow\; t = 4\,\mathrm{s}$
Was zeigt der Tachometer an?	die Momentangeschwindigkeit