Momentane Änderungsrate

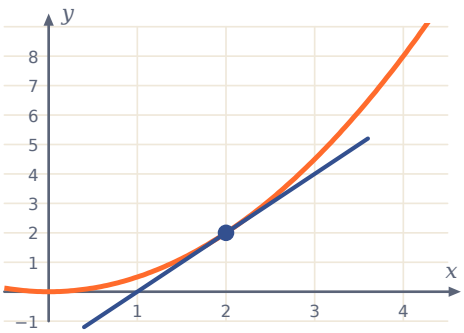
Wie schnell ändert sich eine Funktion genau jetzt? Ableitung und Tangentensteigung.

Was ist die momentane Änderungsrate?

Die momentane Änderungsrate gibt an, wie stark sich eine Funktion an einer bestimmten Stelle ändert. Man erhält sie, indem man das Intervall der mittleren Änderungsrate immer kleiner macht.

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Differentialquotient = 1. Ableitung



Die momentane Änderungsrate ist die Steigung der Tangente

Geometrische Bedeutung

Sie ist die Steigung der Tangente an den Graphen im Punkt (x | f(x)).

Ableitungsregeln (Auswahl)

$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$ $\quad (c \cdot f)' = c \cdot f'$ $\quad (f+g)' = f' + g'$

Physik: Die momentane Änderungsrate des Weges ist die Momentangeschwindigkeit: $v(t) = s'(t)$.

Beispiele

Beispiel 1

$f(x) = x^2$: $f'(x) = 2x \rightarrow$ *an* der Stelle 3: $f'(3) = 6$

Beispiel 2

$s(t) = 5t^2 (m)$: $v(t) = s'(t) = 10t \rightarrow$ nach 2 s: 20 m/s

Typische Fehler

- Mittlere und momentane Änderungsrate verwechseln.
- Beim Ableiten die Hochzahl nicht um 1 verringern.
- Konstanten nicht wegfallen lassen.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
$f(x) = x^3$. Momentane Änderungsrate bei $x = 2$?	$f'(x) = 3x^2 \rightarrow 12$
$f(x) = 4x^2 - 3x$. f'(1)?	$f'(x) = 8x - 3 \rightarrow 5$
$K(x) = 0{,}01x^2 + 2x + 100$. Grenzkosten bei $x = 50$?	$K'(x) = 0{,}02x + 2 \rightarrow 3$
Welche Steigung hat die Tangente $an f(x) = 5x + 1$?	überall 5