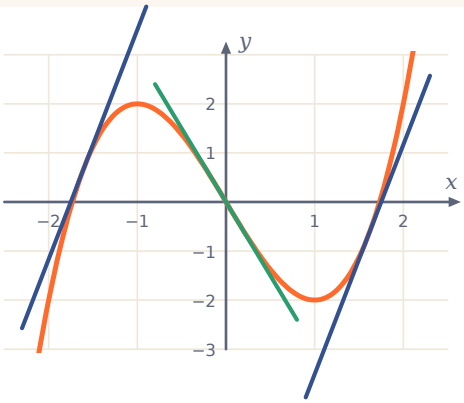
Lokale Änderungsrate

Ein anderer Name für die momentane Änderungsrate – die Änderung an einer Stelle.

Lokal $= an$ einer Stelle

Die lokale Änderungsrate ist dasselbe wie die momentane Änderungsrate: die Änderung der Funktion an genau einer Stelle. „Lokal“ betont den Ort (die Stelle x), „momentan“ die Zeit.

$$\text{lokale } \ddot{\text{n}}\text{derungsrate } an \text{ der Stelle } x_0 = f'(x_0)$$



An jeder Stelle hat der Graph eine andere lokale Änderungsrate

Deutung

- $f'(x_0) > 0$: Die Funktion steigt an dieser Stelle.
- $f'(x_0) < 0$: Sie fällt.
- $f'(x_0) = 0$: waagrechte Tangente (z. B. Extremstelle).

Näherung mit kleinen Intervallen

Ohne Ableitung kann man die lokale Änderungsrate mit einem sehr kleinen Intervall annähern, z. B. $\frac{f(2{,}001) - f(2)}{0{,}001}$.

Beispiele

Beispiel 1

$f(x) = x^3 - 3x$: $f'(x) = 3x^2 - 3 \rightarrow f'(0) =$ −3 (fällt), $f'(2) =$ 9 (steigt stark).

Beispiel 2

Näherung für $f(x) = x^2$ bei 2: $\frac{4{,}004001 - 4}{0{,}001} \approx$ 4,001 $\approx f'(2) = 4$.

Typische Fehler

- Lokale Änderungsrate mit dem Funktionswert verwechseln.
- Bei $f' = 0$ automatisch ein Extremum annehmen (es kann auch ein Sattelpunkt sein).
- Zu große Intervalle für Näherungen wählen.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
$f(x) = x^2 - 4x$. Lokale Änderungsrate bei $x = 1$?	$f'(x) = 2x - 4 \rightarrow -2$
Wo ist die lokale Änderungsrate von $x^2 - 4x$ null?	$2x - 4 = 0 \rightarrow x = 2$
$f'(5) = -0{,}8$. Steigt oder fällt f bei 5?	fällt
Sind lokale und momentane Änderungsrate dasselbe?	Ja.