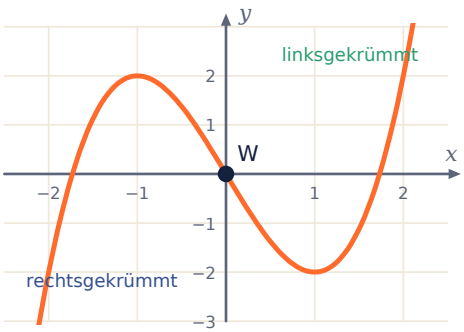
Links- und Rechtskrümmung

Wie ist ein Graph gebogen? Krümmung mit der zweiten Ableitung bestimmen.

Links- und rechtsgekrümmt

Fährt man den Graphen von links nach rechts entlang, so ist er linksgekrümmt, wenn man nach links lenken muss (wie eine nach oben offene Schale) – und rechtsgekrümmt, wenn man nach rechts lenken muss.



$x^3 - 3x$: *rechtsgekrümmt für* $x < 0$, *linksgekrümmt für* $x > 0$

Krümmung und zweite Ableitung

$f''(x) > 0 \;\rightarrow\;$ linksgekrümmt (positive Krümmung) $\qquad$ $f''(x) < 0 \;\rightarrow\;$ rechtsgekrümmt (negative Krümmung)

Krümmungswechsel

Wo sich die Krümmung ändert, liegt ein Wendepunkt ($f'' = 0$ mit Vorzeichenwechsel).

Merkhilfe: Linkskurve = „lächelnder Mund“ $\cup(f'' > 0)$, Rechtskurve = „trauriger Mund“ $\cap(f'' < 0)$.

Beispiele

Beispiel 1

$f(x) = x^2$: $f''(x) = 2 > 0 \;\rightarrow\;$ überall linksgekrümmt.

Beispiel 2

$f(x) = x^3 - 3x$: $f''(x) = 6x \;\rightarrow\;$ rechtsgekrümmt für $x < 0$, linksgekrümmt für $x > 0$.

Typische Fehler

- Links und rechts beim Blick auf den Graphen statt beim Durchfahren bestimmen.
- Die erste statt der zweiten Ableitung verwenden.
- Krümmung mit Monotonie verwechseln.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
Krümmung von $f(x) = -3x^2 + x$?	$f'' = -6 < 0 \rightarrow$ rechtsgekrümmt
Wo ist $f(x) = x^3 - 6x^2$ linksgekrümmt?	$f'' = 6x - 12 > 0 \rightarrow x > 2$
Ist eine Gerade gekrümmt?	Nein, $f'' = 0$.
Krümmung von eˣ?	$f'' = e^x > 0 \rightarrow$ linksgekrümmt