Laufzeit

Wie lange dauert es, bis ein Kapital einen bestimmten Wert erreicht? Laufzeit mit dem Logarithmus.

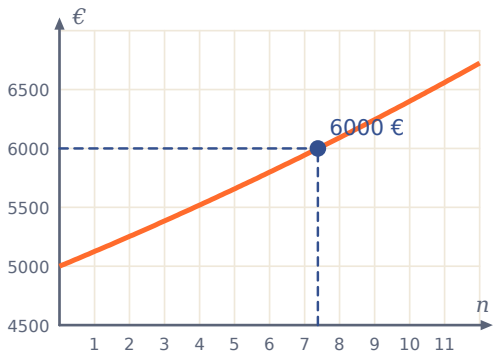
Was ist die Laufzeit?

Die Laufzeit n gibt an, wie viele Jahre (Zinsperioden) ein Kapital angelegt ist bzw. ein Kredit läuft.

Laufzeit berechnen

Aus der Zinseszinsformel $K_n = K_0 \cdot q^n$ erhält man durch Logarithmieren:

$$n = \frac{\ln\left(\frac{K_n}{K_0}\right)}{\ln q}$$



5 000 € zu 2,5 %: 6 000 € werden nach rund 7,38 Jahren erreicht

Runden

Werden Zinsen nur am Jahresende gutgeschrieben, muss man auf ganze Jahre aufrunden: 7,38 → 8 Jahre.

Faustregel (72er-Regel): Verdopplungszeit $\approx \frac{72}{p}$. Bei $6\,\% \approx 12$ Jahre.

Beispiele

Beispiel 1

5 000 € → 6 000 € bei 2,5 %: $n = \frac{\ln 1{,}2}{\ln 1{,}025} \approx$ 7,38 → nach 8 Jahren.

Beispiel 2

Verdopplung bei 4 %: $n = \frac{\ln 2}{\ln 1{,}04} \approx$ 17,67 Jahre (72er-Regel: 18).

Typische Fehler

- K_0 und K_n im Logarithmus vertauschen.
- Mit dem Zinssatz statt mit q rechnen.
- Bei ganzen Zinsperioden abrunden.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
Wann wird aus 2 000 € bei 3 % ein Betrag von 2 500 €?	$\frac{\ln 1{,}25}{\ln 1{,}03} \approx 7{,}55 \rightarrow 8$ Jahre
Verdopplungszeit bei 6 %?	$\frac{\ln 2}{\ln 1{,}06} \approx 11{,}9$ Jahre
Faustregel für 8 %?	$\frac{72}{8} = 9$ Jahre
Warum rundet man bei jährlicher Verzinsung auf?	Die Zinsen werden erst am Jahresende gutgeschrieben.