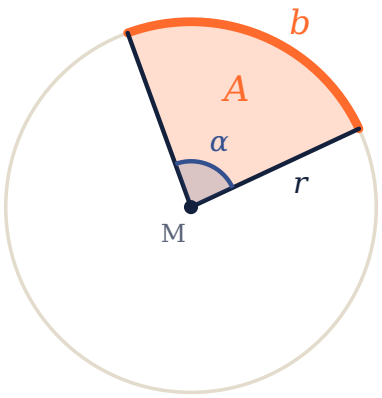
Der Kreissektor

Fläche und Umfang eines „Tortenstücks“ berechnen – mit Formeln, Grafik, Beispielen und Rechner.

Was ist ein Kreissektor?

Ein Kreissektor (Kreisausschnitt) ist das „Tortenstück“ eines Kreises: Er wird von zwei Radien und dem dazwischenliegenden Kreisbogen b begrenzt. Seine Größe hängt vom Radius r und vom Mittelpunktswinkel α ab.



Kreissektor mit Fläche A, Bogen b, Radius r und Mittelpunktswinkel α

Die Flächenformel

Die ganze Kreisfläche $r^2 \cdot \pi$ gehört zu 360°. Der Sektor ist davon der Anteil $\frac{\alpha}{360^\circ}$:

$$A = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{360^\circ}$$

A … Sektorfläche, r … Radius, α … Mittelpunktswinkel in Grad

Kennt man die Bogenlänge b bereits, geht es noch schneller – wie bei einem Dreieck mit Grundlinie b und Höhe r:

$$A = \frac{b \cdot r}{2} \qquad \text{mit} \qquad b = \frac{r \cdot \pi \cdot \alpha}{180^\circ}$$

Umfang des Sektors

Der Rand eines Sektors besteht aus zwei Radien und dem Bogen:

$$u = 2 \cdot r + b$$

Im Bogenmaß

Ist der Winkel φ im Bogenmaß gegeben, wird die Formel besonders einfach:

$$A = \frac{r^2 \cdot \varphi}{2} \qquad b = r \cdot \varphi$$

Merkfälle: Halbkreis $(\alpha = 180°)$: $A = \frac{r^2\pi}{2}$ · Viertelkreis $(\alpha = 90°)$: $A = \frac{r^2\pi}{4}$ · Vollkreis: $A = r^2\pi$

Formel umformen

$$\alpha = \frac{360° \cdot A}{r^2 \cdot \pi} \qquad r = \sqrt{\frac{360° \cdot A}{\alpha \cdot \pi}}$$

Beispiele

Beispiel 1: Fläche und Umfang

Gegeben: $r = 6\,\text{cm}$, $\alpha = 60°$.

$A = 6^2 \cdot \pi \cdot \frac{60°}{360°} = 6\pi \approx$ 18,85 cm²; $b = 6 \cdot \pi \cdot \frac{60°}{180°} = 2\pi \approx 6{,}28\,\text{cm}$; $u = 12 + 6{,}28 =$ 18,28 cm

Beispiel 2: Ein Stück Pizza

Eine Pizza mit 32 cm Durchmesser wird in 8 gleiche Stücke geteilt. Wie groß ist ein Stück?

$r = 16\,\text{cm}$, $\alpha = \frac{360°}{8} = 45° \;\rightarrow\; A = 16^2 \cdot \pi \cdot \frac{45°}{360°} = 32\pi \approx$ 100,53 cm²

Typische Fehler

- Beim Umfang die beiden Radien vergessen $-u = 2r + b$, nicht nur b.
- Durch 180° statt durch 360° dividieren (180° gehört zur Bogenformel, 360° zur Fläche).
- Den Durchmesser statt des Radius einsetzen.
- Fläche (cm²) und Bogenlänge (cm) verwechseln.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
Berechne die Fläche eines Kreissektors mit $r = 4\,\text{cm}$ und $\alpha = 135°$.	$A = 16 \cdot \pi \cdot \frac{135°}{360°} = 6\pi \approx 18{,}85\,\text{cm}^2$
Ein Sektor hat die Fläche 50 cm² und den Radius 8 cm. Wie groß ist der Mittelpunktswinkel?	$\alpha = \frac{360° \cdot 50}{64 \cdot \pi} \approx 89{,}52°$
Ein Rasensprenger bewässert bis 12 m Entfernung einen Bereich von 120°. Wie groß ist die bewässerte Fläche?	$A = 144 \cdot \pi \cdot \frac{120°}{360°} = 48\pi \approx 150{,}80\,\text{m}^2$
Berechne den Umfang eines Viertelkreises mit $r = 5\,\text{cm}$.	$b = \frac{5\pi}{2} \approx 7{,}85\,\text{cm}$; $u = 2 \cdot 5 + 7{,}85 = 17{,}85\,\text{cm}$
Gegeben: $r = 3\,\text{cm}$, $\varphi = 1{,}2$ rad. Berechne die Sektorfläche.	$A = \frac{3^2 \cdot 1{,}2}{2} = 5{,}4\,\text{cm}^2$