Der Kreisbogen

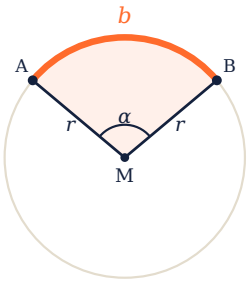
Das Wichtigste auf einen Blick – Formeln, Merkfälle, Beispiel und typische Fehler

1. Was ist ein Kreisbogen?

Ein **Kreisbogen** *b* ist ein Teil der Kreislinie zwischen zwei Punkten *A* und *B*.

Seine Länge hängt vom **Radius** *r* und vom **Mittelpunktswinkel** *α* (Zentriwinkel) ab – dem Winkel, den die beiden Radien im Mittelpunkt *M* einschließen.

Die Fläche zwischen Bogen und den beiden Radien heißt **Kreissektor**.



Bogen b, Radius r, Winkel α

2. Die Formel für die Bogenlänge

Der ganze Kreis hat den Umfang $U = 2 \cdot r \cdot \pi$ und entspricht 360°. Der Bogen ist davon der Anteil $\alpha/360°$:

$$b = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot \alpha / 360° \quad = \quad r \cdot \pi \cdot \alpha / 180°$$

b … Bogenlänge · r … Radius · α … Mittelpunktswinkel in Grad

Viertelkreis (α = 90°)	**Halbkreis** (α = 180°)	**Vollkreis** (α = 360°)
$b = r \cdot \pi / 2$	$b = r \cdot \pi$	$b = 2 \cdot r \cdot \pi$

3. Formel umformen

Ist der Winkel oder der Radius gesucht, formt man die Formel um:

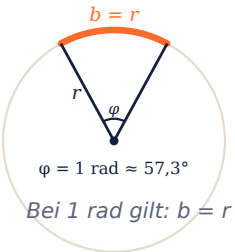
$$\alpha = 180° \cdot b / (r \cdot \pi) \quad | \quad r = 180° \cdot b / (\alpha \cdot \pi)$$

4. Bogenmaß (Radiant)

Ein Winkel von **1 Radiant** (1 rad) ist genau der Winkel, bei dem der Bogen so lang ist wie der Radius. Mit dem Winkel *φ* im Bogenmaß gilt ganz einfach:

$$b = r \cdot \varphi \quad \text{mit} \quad \varphi = \alpha \cdot \pi / 180°$$

Umrechnung: 180° ≙ π rad, also 1 rad ≈ 57,3° und 1° ≈ 0,01745 rad.

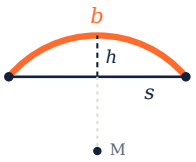


Bei 1 rad gilt: b = r

5. Sehne und Bogenhöhe

Die gerade Verbindung von *A* nach *B* heißt **Sehne** *s* – sie ist immer kürzer als der Bogen. Der größte Abstand zwischen Sehne und Bogen ist die **Bogenhöhe** *h*.

$$s = 2 \cdot r \cdot \sin(\alpha/2)$$
$$h = r \cdot (1 - \cos(\alpha/2))$$



Bogen b, Sehne s, Bogenhöhe h

6. Kreissektor

Auch die Sektorfläche ist der Anteil α/360° der Kreisfläche. Kennt man b bereits, geht es noch schneller:

$$A = r^2 \cdot \pi \cdot \alpha / 360° \quad = \quad b \cdot r / 2$$

7. Beispiel

Musterbeispiel: Gegeben sind $r = 5$ cm und $\alpha = 72°$. Gesucht ist die Bogenlänge b.
$b = 5 \cdot \pi \cdot 72° / 180° = 2 \cdot \pi \approx$ **6,28 cm**

8. Typische Fehler

- Den **Durchmesser** statt des Radius einsetzen – ist d gegeben, zuerst halbieren!
- Grad und **Bogenmaß** mischen – $b = r \cdot \varphi$ gilt nur im Bogenmaß.
- Den Taschenrechner im falschen Modus verwenden (DEG für Grad, RAD für Bogenmaß).
- Bogenlänge (cm) und Sektorfläche (cm²) verwechseln – auf die Einheit achten!

9. Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
r = 6 cm, α = 45°. Berechne b.	b = 6 · π · 45° / 180° ≈ 4,71 cm
Ein Rad mit 70 cm Durchmesser dreht sich um 100°. Welchen Weg legt ein Randpunkt zurück?	r = 35 cm → b = 35 · π · 100° / 180° ≈ 61,09 cm
b = 15 cm, α = 60°. Wie groß ist r?	r = 180° · 15 / (60° · π) ≈ 14,32 cm
r = 2,5 cm, φ = 2,4 rad. Berechne b und α in Grad.	b = 2,5 · 2,4 = 6 cm; α = 2,4 · 180° / π ≈ 137,51°