# Kombinatorik: Permutation, Variation, Kombination

Wie viele Möglichkeiten gibt es? Mit zwei Fragen findest du die richtige Zählformel.

## Die zwei Fragen

- Spielt die Reihenfolge eine Rolle?
- Darf ein Element mehrfach vorkommen (mit Wiederholung)?

## Die Formeln

| Situation | Anzahl | Beispiel |
|---|---|---|
| alle n Elemente anordnen (Permutation) | n! | 5 Bücher im Regal: 120 |
| k aus n, Reihenfolge wichtig, ohne Wiederholung | n! $/(n-k)!$ | Podest aus 8 Läufern: 336 |
| k aus n, Reihenfolge wichtig, mit Wiederholung | $n^k$ | 4-stelliger PIN: 10 000 |
| k aus n, Reihenfolge egal (Kombination) | n über k | Lotto 6 aus 45: 8 145 060 |

## Der Binomialkoeffizient

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

Er zählt die Möglichkeiten, aus n Elementen k auszuwählen, wenn die Reihenfolge keine Rolle spielt.

## Das Zählprinzip

Besteht ein Vorgang aus mehreren Stufen, werden die Anzahlen der Möglichkeiten multipliziert: 3 Hosen und 4 Hemden ergeben 12 Kombinationen.

n! (n Fakultät) ist das Produkt $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$. Es gilt 0! = 1.

## Beispiele

Beispiel 1

Aus 10 Personen wird ein Dreierteam gewählt: (10 über 3) = 10 · 9 · 8 / 6 = 120.

Beispiel 2

Aus 10 Personen werden Vorsitz, Kassier und Schriftführer gewählt: $10 \cdot 9 \cdot 8 =$ 720 – hier zählt die Reihenfolge.

## Typische Fehler

- Die Reihenfolge berücksichtigen, obwohl sie egal ist.
- n! und $n^k$ verwechseln.
- Bei mehreren Stufen addieren statt multiplizieren.

## Übungsaufgaben

| Aufgabe | Lösung |
|---|---|
| 1. Auf wie viele Arten können 4 Personen in einer Reihe sitzen? | 4! $= 24$ |
| 2. Wie viele dreistellige Codes aus den Ziffern 0–9 gibt es (Wiederholung erlaubt)? | $10^3 = 1000$ |
| 3. Aus 6 Büchern nimmst du 2 mit. Wie viele Möglichkeiten? | (6 über 2) = 15 |
| 4. Ein Menü: 3 Vorspeisen, 5 Hauptspeisen, 2 Desserts. Wie viele Menüs? | $3 \cdot 5 \cdot 2 = 30$ |

## Häufige Fragen

Was hat das mit Wahrscheinlichkeit zu tun?

Bei Laplace-Experimenten ist die Wahrscheinlichkeit „günstige durch mögliche Fälle“ – beide Anzahlen bestimmt man mit der Kombinatorik. Der Binomialkoeffizient steckt auch in der Binomialverteilung.

## Teste dich: Kreuze die richtige Antwort an

1. Bei einer Kombination ist die Reihenfolge … ☐ a) egal ☐ b) wichtig
2. (5 über 2) = … ☐ a) 10 ☐ b) 20

Lösungen: 1 a, 2 a