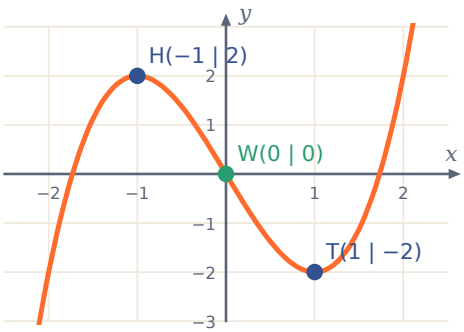
Hochpunkt, Tiefpunkt, Wendepunkt

Die besonderen Punkte eines Graphen – mit x- und y-Koordinate.

Punkt = Stelle + Wert

Ein Extrempunkt besteht aus Extremstelle und Extremwert: E(x_E | f(x_E)). Ein Hochpunkt H ist ein lokales Maximum, ein Tiefpunkt T ein lokales Minimum, ein Wendepunkt W der Punkt, an dem sich die Krümmung ändert.



Hochpunkt H, Tiefpunkt T und Wendepunkt W von $f(x) = x^3 - 3x$

Berechnung im Überblick

Punkt	Bedingung	Koordinaten
Hochpunkt	$f' = 0,\ f'' < 0$	(x | f(x))
Tiefpunkt	$f' = 0,\ f'' > 0$	(x | f(x))
Wendepunkt	$f'' = 0,\ f''' \neq 0$	(x | f(x))

Zusammenhang der Begriffe

- Stelle → x-Wert (auf der x-Achse)
- Wert → y-Wert (auf der y-Achse)
- Punkt → beides: (x | y) auf dem Graphen

Beispiele

Beispiel 1

$f(x) = x^3 - 3x$: H(−1 | 2), T(1 | −2), W(0 | 0)

Beispiel 2

$f(x) = -x^2 + 4x$: $f' = -2x + 4 = 0 \ \rightarrow \ x = 2$; $f(2) = 4$; $f'' = -2 < 0 \ \rightarrow$ H(2 | 4)

Typische Fehler

- Nur die Stelle statt des Punktes angeben.
- x- und y-Koordinate vertauschen.
- Bei der Art (Hoch/Tief) das Vorzeichen von f″ falsch deuten.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
Tiefpunkt von $f(x) = x^2 - 6x + 1$?	T(3 | −8)
Extrempunkte von $f(x) = x^3 - 12x$?	H(−2 | 16), T(2 | −16)
Wendepunkt von $f(x) = x^3 - 6x^2 + 4$?	$x = 2$, $f(2) = -12 \rightarrow W(2 \mid -12)$
Hat eine Parabel einen Wendepunkt?	Nein, f″ ist konstant ≠ 0.