Grundkonstruktionen und Dreieckskonstruktion

Mit Zirkel und Lineal: Streckensymmetrale, Winkelsymmetrale, Normale – und Dreiecke aus drei Bestimmungsstücken.

Streckensymmetrale

Die Streckensymmetrale steht normal auf die Strecke AB und geht durch ihren Mittelpunkt. Jeder ihrer Punkte ist von A und B gleich weit entfernt.

- Zirkel in A einstechen, Radius größer als die halbe Strecke, Kreisbogen zeichnen.
- Mit demselben Radius um B einen Kreisbogen zeichnen.
- Die beiden Schnittpunkte der Bögen verbinden.

Winkelsymmetrale

Die Winkelsymmetrale halbiert einen Winkel. Jeder ihrer Punkte ist von beiden Schenkeln gleich weit entfernt.

- Kreisbogen um den Scheitel – er schneidet beide Schenkel.
- Um diese beiden Schnittpunkte je einen Kreisbogen mit gleichem Radius.
- Scheitel mit dem Schnittpunkt der Bögen verbinden.

Dreiecke konstruieren

Ein Dreieck ist durch drei passende Stücke eindeutig bestimmt (Kongruenzsätze SSS, SWS, WSW, SSW). Zuerst eine Skizze mit den gegebenen Stücken, dann mit einer Seite beginnen.

SSS: Seite c zeichnen, Kreis um A mit Radius b, Kreis um B mit Radius a – der Schnittpunkt ist C.

Beispiele

Beispiel 1

Dreieck mit $a = 5\,\text{cm}$, $b = 6\,\text{cm}$, $c = 7\,\text{cm}$ (SSS): c zeichnen, Kreisbögen mit 6 cm um A und 5 cm um B, Schnittpunkt C.

Beispiel 2

Der Umkreismittelpunkt eines Dreiecks ist der Schnittpunkt der drei Streckensymmetralen der Seiten.

Typische Fehler

- Den Zirkelradius zwischen den beiden Kreisbögen verändern.
- Ohne Skizze beginnen und die Stücke verwechseln.
- Bei SWS einen Winkel nehmen, der nicht zwischen den beiden Seiten liegt.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
1. Welche Eigenschaft haben alle Punkte der Streckensymmetrale von AB?	Sie sind von A und B gleich weit entfernt.
2. Gegeben: $c = 6\,\text{cm}$, $\alpha = 50°$, $\beta = 70°$. Nach welchem Kongruenzsatz ist das Dreieck bestimmt, und wie groß ist γ?	WSW; $\gamma = 180° - 50° - 70° = 60°$
3. Lässt sich ein Dreieck mit $a = 2\,\text{cm}$, $b = 3\,\text{cm}$, $c = 6\,\text{cm}$ konstruieren?	Nein: $2 + 3 < 6$, die Kreisbögen schneiden einander nicht (Dreiecksungleichung).
4. Wie konstruiert man den Inkreismittelpunkt?	Als Schnittpunkt der Winkelsymmetralen.

Häufige Fragen

Warum nur Zirkel und Lineal?

Das ist die klassische Konstruktionsweise seit der Antike: Das Lineal zieht Geraden, der Zirkel überträgt Längen. Gemessen wird nur bei den gegebenen Stücken.

Teste dich: Kreuze die richtige Antwort an

1. Die Streckensymmetrale geht durch … ☐ a) den Mittelpunkt der Strecke ☐ b) einen Endpunkt
2. Drei Winkel bestimmen ein Dreieck … ☐ a) eindeutig ☐ b) nur in der Form, nicht in der Größe
3. SWS bedeutet: zwei Seiten und … ☐ a) der eingeschlossene Winkel ☐ b) ein beliebiger Winkel
4. Welche Aussage beschreibt einen typischen Fehler? ☐ a) Zirkel in A einstechen, Radius größer als die halbe Strecke, Kreisbogen zeichnen. ☐ b) Mit demselben Radius um B einen Kreisbogen zeichnen. ☐ c) Den Zirkelradius zwischen den beiden Kreisbögen verändern.
5. Was ist ein typischer Fehler bei diesem Thema? ☐ a) Ohne Skizze beginnen und die Stücke verwechseln. ☐ b) Die beiden Schnittpunkte der Bögen verbinden. ☐ c) Kreisbogen um den Scheitel – er schneidet beide Schenkel.
6. Welcher dieser Punkte ist ein Fehler, den du vermeiden solltest? ☐ a) Um diese beiden Schnittpunkte je einen Kreisbogen mit gleichem Radius. ☐ b) Bei SWS einen Winkel nehmen, der nicht zwischen den beiden Seiten liegt. ☐ c) Scheitel mit dem Schnittpunkt der Bögen verbinden.

Lösungen: 1 a, 2 b, 3 a, 4 c, 5 a, 6 b