Der goldene Schnitt

Ein Teilungsverhältnis, das als besonders harmonisch gilt – und überraschend oft in Kunst, Architektur und Natur auftaucht.

Die Definition

Eine Strecke ist im goldenen Schnitt geteilt, wenn sich die ganze Strecke zum größeren Teil so verhält wie der größere zum kleineren Teil.

$$(a+b) : a = a : b$$

a ... größerer Teil (Major), b ... kleinerer Teil (Minor)

Die goldene Zahl

Dieses Verhältnis hat immer denselben Wert, die goldene Zahl Φ (Phi).

$$\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1{,}618$$

Der größere Teil ist rund 61,8 % der ganzen Strecke, der kleinere rund 38,2 %. Φ ist eine irrationale Zahl.

Wo kommt er vor?

- Im regelmäßigen Fünfeck: Diagonale zu Seite = Φ.
- Bei den Fibonacci-Zahlen 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13 ...: Das Verhältnis aufeinanderfolgender Zahlen nähert sich Φ.
- In Kunst und Architektur als Gestaltungsregel für Bildaufteilung und Fassaden.

Rechenregel: größerer Teil = ganze Strecke : 1,618; kleinerer Teil = größerer Teil : 1,618.

Beispiele

Beispiel 1

Eine 100 cm lange Strecke: größerer Teil $100 : 1{,}618 \approx$ 61,8 cm, kleinerer Teil 38,2 cm.

Beispiel 2

Fibonacci: $13 : 8 = 1{,}625$ und $21 : 13 \approx 1{,}615$ – beide nahe bei Φ.

Typische Fehler

- Die Strecke einfach halbieren.
- Größeren und kleineren Teil vertauschen.
- Mit 1,6 statt 1,618 rechnen und zu grob runden.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
1. Teile eine 50 cm lange Strecke im goldenen Schnitt.	$50 : 1{,}618 \approx 30{,}9\,\text{cm}$ und 19,1 cm
2. Der kleinere Teil ist 10 cm lang. Wie lang ist der größere?	$10 \cdot 1{,}618 \approx 16{,}18\,\text{cm}$
3. Ein Bild ist 80 cm breit. Wie hoch muss es sein, damit Breite : Höhe = Φ gilt?	$80 : 1{,}618 \approx 49{,}4\,\text{cm}$
4. Berechne 34 : 21 und vergleiche mit Φ.	$\approx 1{,}619$ – sehr nahe bei 1,618

Häufige Fragen

Woher kommt der Wert $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$?

Setzt man den kleineren Teil gleich 1 und den größeren gleich x, so wird aus $(x+1) : x = x : 1$ die quadratische Gleichung $x^2 - x - 1 = 0$. Ihre positive Lösung ist $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Teste dich: Kreuze die richtige Antwort an

1. Φ ist ungefähr … ☐ a) 1,414 ☐ b) 1,618 ☐ c) 3,142
2. Der größere Teil ist etwa … der ganzen Strecke. ☐ a) 50 % ☐ b) 61,8 % ☐ c) 75 %
3. Φ ist eine … Zahl. ☐ a) rationale ☐ b) irrationale
4. Welche Aussage beschreibt einen typischen Fehler? ☐ a) Die Strecke einfach halbieren. ☐ b) Im regelmäßigen Fünfeck: Diagonale zu Seite = Φ. ☐ c) Bei den Fibonacci-Zahlen 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13 …: Das Verhältnis aufeinanderfolgender Zahlen nähert sich Φ.
5. Was ist ein typischer Fehler bei diesem Thema? ☐ a) Größeren und kleineren Teil vertauschen. ☐ b) In Kunst und Architektur als Gestaltungsregel für Bildaufteilung und Fassaden. ☐ c) Im regelmäßigen Fünfeck: Diagonale zu Seite = Φ.
6. Welcher dieser Punkte ist ein Fehler, den du vermeiden solltest? ☐ a) Bei den Fibonacci-Zahlen 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13 …: Das Verhältnis aufeinanderfolgender Zahlen nähert sich Φ. ☐ b) Mit 1,6 statt 1,618 rechnen und zu grob runden. ☐ c) In Kunst und Architektur als Gestaltungsregel für Bildaufteilung und Fassaden.

Lösungen: 1 b, 2 b, 3 b, 4 a, 5 a, 6 b