Gewinngrenzen und Gewinnbereich

Ab welcher Menge macht ein Betrieb Gewinn – und bis wohin? Gewinnschwelle und Gewinngrenze berechnen.

Gewinnfunktion

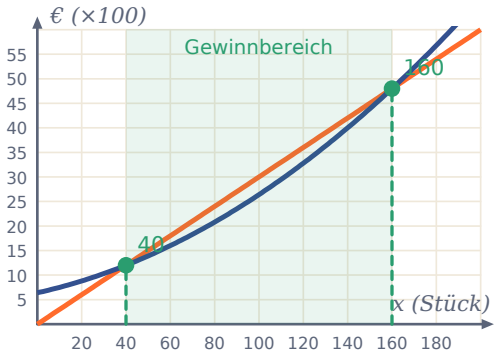
Der Gewinn ist Erlös minus Kosten. Der Erlös (Umsatz) ist Preis mal Menge.

$$G(x) = E(x) - K(x) \qquad \text{mit} \qquad E(x) = p \cdot x$$

Gewinnschwelle und Gewinngrenze

An den Gewinngrenzen ist der Gewinn null (Erlös = Kosten). Die untere heißt Gewinnschwelle (Break-even-Point), die obere Gewinngrenze. Dazwischen liegt der Gewinnbereich.

$$G(x) = 0 \;\Leftrightarrow\; E(x) = K(x)$$



Erlös (orange) und Kosten (blau): Gewinnbereich von 40 bis 160 Stück

Maximaler Gewinn

Der größte Gewinn liegt am Hochpunkt der Gewinnfunktion: $G'(x) = 0$.

Beispiele

Beispiel 1

$E(x) = 30x$,
$K(x) = 0{,}1x^2 + 10x + 640 \;\rightarrow\; G(x) = -0{,}1x^2 + 20x - 640 = 0 \;\rightarrow\; x^2 - 200x + 6400 = 0 \;\rightarrow\; x = 40$ und $x = 160$. Gewinnbereich [40; 160].

Beispiel 2

Maximaler Gewinn: $G'(x) = -0{,}2x + 20 = 0 \;\rightarrow\; x = 100$; $G(100) =$ 360 €

Typische Fehler

- Gewinn als Erlös minus Fixkosten berechnen.
- Nur eine Gewinngrenze angeben.
- Gewinnbereich und maximalen Gewinn verwechseln.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
$E(x) = 12x$, $K(x) = 4x + 2\,000$. Gewinnschwelle?	$8x = 2000 \rightarrow x = 250$
$G(x) = -x^2 + 50x - 400$. Gewinnbereich?	$x^2 - 50x + 400 = 0 \rightarrow x = 10$ und 40
Dazu: maximaler Gewinn?	$x = 25$; $G(25) = 225$
Was bedeutet $G(x) < 0$?	Verlust – die Kosten sind höher als der Erlös.