Gegenwahrscheinlichkeit

$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$: der elegante Trick für „mindestens einmal“-Aufgaben.

Die Formel

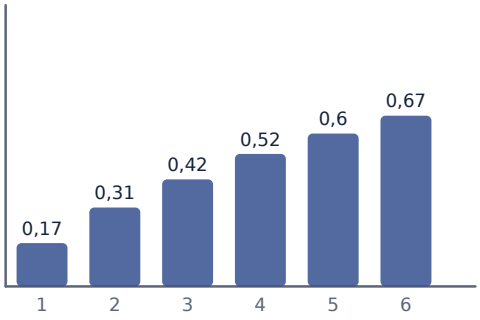
Weil A und Ā zusammen sicher sind, ergänzen sich ihre Wahrscheinlichkeiten zu 1:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

Der „mindestens einmal“-Trick

Die Wahrscheinlichkeit für „mindestens einmal“ berechnet man fast immer über das Gegenereignis „keinmal“:

$$P(\text{mindestens einmal}) = 1 - P(\text{keinmal})$$



P(mindestens eine Sechs) bei 1 bis 6 Würfen

Mindestanzahl berechnen

„Wie oft muss man würfeln, damit mit mindestens 90 % eine Sechs kommt?“

$\rightarrow 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n \geq 0{,}9 \rightarrow n \geq \frac{\ln 0{,}1}{\ln\left(\frac{5}{6}\right)} \approx 12{,}6 \rightarrow$ 13 Würfe.

Beispiele

Beispiel 1

P(mindestens eine Sechs bei 4 Würfen) $= 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4 \approx 1 - 0{,}4823 =$ 0,5177

Beispiel 2

Ein Teil ist mit 2 % defekt. P(mindestens 1 defektes von 10) = $1 - 0{,}98^{10} \approx$ 0,1829

Typische Fehler

- P(mindestens einmal) $= n \cdot p$ rechnen.
- Beim Gegenereignis die Hochzahl vergessen.
- $1 - P$ nur für einen Versuch statt für alle rechnen.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
$P(A) = 0{,}35$. P(Ā)?	0,65
P(mindestens einmal Kopf bei 5 Münzwürfen)?	$1 - (\frac{1}{2})^5 = \frac{31}{32} \approx 0{,}969$
Trefferquote 30 %. P(mindestens ein Treffer bei 3 Versuchen)?	$1 - 0{,}7^3 = 0{,}657$
Wie oft muss man würfeln, um mit mindestens 50 % eine Sechs zu bekommen?	$1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n \geq 0{,}5 \;\rightarrow\; n \geq 3{,}8 \;\rightarrow\; 4$-mal