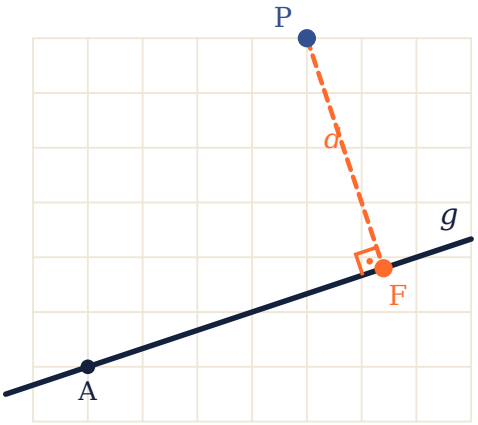
Der Fußpunkt

Das Lot von einem Punkt auf eine Gerade fällen – und den Abstand berechnen.

Was ist ein Fußpunkt?

Fällt man von einem Punkt P das Lot (die senkrechte Strecke) auf eine Gerade oder Ebene, so heißt der Schnittpunkt Fußpunkt F. Die Länge PF ist der Normalabstand d – der kürzeste Abstand von P zur Geraden.



Fußpunkt F des Lotes von P auf g

Fußpunkt mit Vektoren berechnen

Ist die Gerade in Parameterform g: $X = A + t \cdot v$ gegeben, gilt für den Fußpunkt:

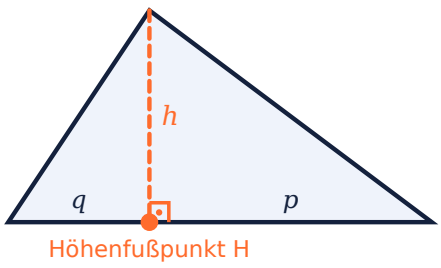
$$t = \frac{\mathrm{AP} \cdot v}{v \cdot v} \qquad \Rightarrow \qquad F = A + t \cdot v \qquad d = |\mathrm{PF}|$$

$\mathrm{AP} \cdot v$… Skalarprodukt

Der Grund: Der Vektor FP muss normal auf v stehen – sein Skalarprodukt mit v ist null.

Höhenfußpunkt im Dreieck

Die Höhe eines Dreiecks ist das Lot von einer Ecke auf die gegenüberliegende Seite; ihr Fußpunkt heißt Höhenfußpunkt. Im rechtwinkeligen Dreieck teilt er die Hypotenuse in p und q:



Höhe h mit Höhenfußpunkt H

$$h^2 = p \cdot q \qquad (\text{Höhensatz, } im \text{ rechtwinkeligen Dreieck})$$

Beispiele

Beispiel 1: Fußpunkt berechnen

P(5 | 7), g: $X = (1\,|\,1) + t \cdot (3\,|\,1)$.

$\mathrm{AP} = (4\,|\,6)$; $t = \dfrac{12+6}{10} = 1{,}8 \;\rightarrow$ F(6,4 | 2,8); $d = \sqrt{1{,}4^2 + 4{,}2^2} \approx$ 4,43

Beispiel 2: Höhensatz

Im rechtwinkeligen Dreieck teilt der Höhenfußpunkt die Hypotenuse $inp = 3{,}2\,\mathrm{cm}$ und $q = 1{,}8\,\mathrm{cm}$.

$h^2 = 3{,}2 \cdot 1{,}8 = 5{,}76 \;\rightarrow\; h = 2{,}4\,\mathrm{cm}$

Typische Fehler

- Beim Parameter t durch |v| statt durch $v \cdot v = |v|^2$ dividieren.
- Den Vektor AP falsch herum bilden ($P - A$!).
- Den Abstand zu einem beliebigen Geradenpunkt statt zum Fußpunkt messen.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
P(4 | 6), g: $X = (0\,\|\,0) + t \cdot (1\,\|\,1)$. Fußpunkt und Abstand?	$t = \dfrac{10}{2} = 5 \;\rightarrow\; F(5\,\|\,5)$; $d = \sqrt{2} \approx 1{,}41$
Wo liegt der Fußpunkt des Lotes von P(3 | 5) auf die x-Achse? Wie groß ist der Abstand?	F(3 | 0), $d = 5$
Rechtwinkeliges Dreieck: $p = 4\,\mathrm{cm}$, $q = 9\,\mathrm{cm}$. Wie lang ist die Höhe?	$h = \sqrt{36} = 6\,\mathrm{cm}$
P(6 | 7), g: $X = (1\,\|\,2) + t \cdot (2\,\|\,-1)$. Fußpunkt und Abstand?	$\mathrm{AP} = (5\,\|\,5)$; $t = \dfrac{10-5}{5} = 1 \;\rightarrow\; F(3\,\|\,1)$; $d = \sqrt{9+36} \approx 6{,}71$
Ein Dreieck hat die Seite $c = 10\,\mathrm{cm}$ und die Höhe auf c von 6 cm. Wie groß ist die Fläche?	$A = \dfrac{10 \cdot 6}{2} = 30\,\mathrm{cm}^2$