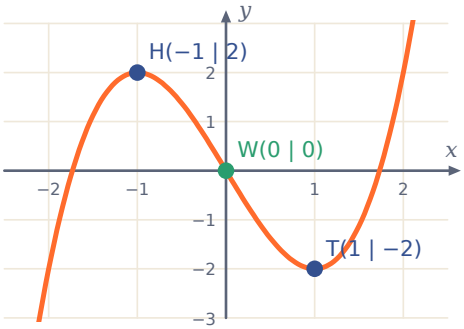
Extremwerte: Maximum und Minimum

Die y-Werte der Hoch- und Tiefpunkte – lokale und globale Maxima und Minima.

Wert = y-Wert

Ein Extremwert ist der Funktionswert (y-Wert) an einer Extremstelle. Ein lokales (relatives) Maximum ist größer als alle Werte in der Umgebung, ein lokales (relatives) Minimum kleiner.



Lokales Maximum 2 (bei $x = -1$), lokales Minimum −2 (bei $x = 1$)

Extremwert berechnen

Zuerst die Extremstelle bestimmen $(f' = 0)$, dann in die Funktion f einsetzen:

$$\text{Extremwert } = f(x_E)$$

Lokal und global

Ein globales Maximum ist der größte Wert im ganzen betrachteten Bereich. Ein lokales Maximum muss nicht global sein – an den Rändern können größere Werte auftreten.

Beispiele

Beispiel 1

$f(x) = x^3 - 3x$: $f(-1) = -1 + 3 =$ 2 (lokales Maximum), $f(1) =$ −2 (lokales Minimum).

Beispiel 2

Gewinn $G(x) = -x^2 + 40x - 300$: Extremstelle $x = 20$, Extremwert $G(20) =$ 100 → maximaler Gewinn 100 €.

Typische Fehler

- Die Extremstelle statt des Extremwerts angeben.
- In f′ statt in f einsetzen.
- Randwerte bei globalen Extrema vergessen.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
Lokales Minimum von $f(x) = x^2 - 6x + 1$?	$x = 3 \;\rightarrow\; f(3) = -8$
Extremwerte von $f(x) = x^3 - 12x$?	$f(-2) = 16$ (Max.), $f(2) = -16$ (Min.)
$h(t) = -5t^2 + 20t$: maximale Höhe?	$t = 2 \;\rightarrow\; h(2) = 20\,\mathrm{m}$
Ist das lokale Maximum von $x^3 - 3x$ auf $[-3; 3]$ auch global?	Nein $-f(3) = 18$ ist größer.