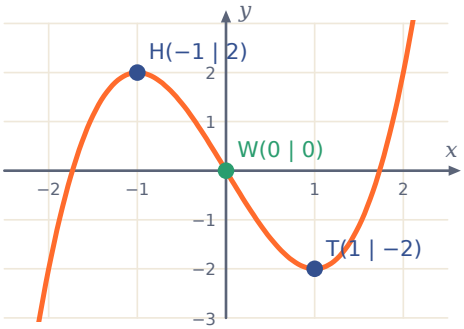
Extremstelle und Wendestelle

Die x-Werte, an denen eine Funktion ihr Maximum, Minimum oder ihre Krümmung ändert.

Stelle = x-Wert

Eine Extremstelle ist der x-Wert, an dem eine Funktion ein lokales Maximum oder Minimum hat. Eine Wendestelle ist der x-Wert, an dem sich die Krümmung ändert.



$f(x) = x^3 - 3x$: *Extremstellen −1 und 1, Wendestelle 0*

Extremstellen berechnen

$$f'(x) = 0 \text{ und } f''(x) \neq 0$$

$f'' < 0 \rightarrow$ Maximum, $f'' > 0 \rightarrow$ Minimum

Wendestellen berechnen

$$f''(x) = 0 \text{ und } f'''(x) \neq 0$$

Nicht verwechseln: Die Extremstelle ist nur der x-Wert. Der zugehörige y-Wert heißt Extremwert, beide zusammen Extrempunkt.

Beispiele

Beispiel 1

$f(x) = x^3 - 3x$: $f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \rightarrow x = \pm 1$; $f''(x) = 6x$: $f''(-1) < 0 \rightarrow$ Maximum, $f''(1) > 0 \rightarrow$ Minimum.

Beispiel 2

Wendestelle: $f''(x) = 6x = 0 \rightarrow x = 0$; $f''' = 6 \neq 0$ ✓

Typische Fehler

- Extremstelle (x) mit Extremwert (y) verwechseln.
- Die zweite Ableitung zur Kontrolle vergessen.
- Jede Nullstelle von f′ für ein Extremum halten.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
Extremstelle von $f(x) = x^2 - 6x + 1$?	$f' = 2x - 6 = 0 \rightarrow x = 3$ (Minimum)
Extremstellen von $f(x) = x^3 - 12x$?	$3x^2 - 12 = 0 \rightarrow x = \pm 2$
Wendestelle von $f(x) = x^3 - 6x^2 + 4$?	$f'' = 6x - 12 = 0 \rightarrow x = 2$
Hat $f(x) = x^3$ eine Extremstelle bei 0?	Nein $-f'(0) = 0$, aber kein Vorzeichenwechsel (Sattelpunkt).