Diskrete Zufallsvariable

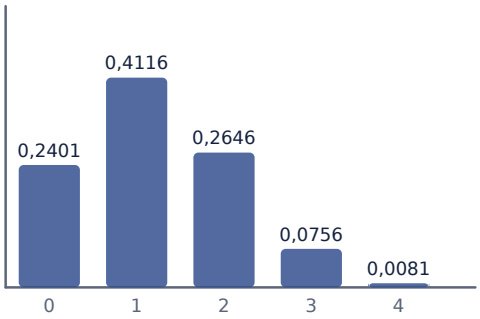
Zufallsvariablen mit abzählbar vielen Werten – Anzahlen, Augenzahlen, Treffer.

Was ist eine Zufallsvariable?

Eine Zufallsvariable X ordnet jedem Ergebnis eines Zufallsversuchs eine Zahl zu. Sie ist diskret, wenn sie nur einzelne, abzählbare Werte annehmen kann – z. B. 0, 1, 2, 3, …

- Augenzahl beim Würfeln (1 bis 6)
- Anzahl der Treffer bei 10 Versuchen (0 bis 10)
- Anzahl defekter Teile in einer Lieferung

Darstellung



Anzahl der Treffer bei $n = 4$, $p = 0{,}3$ (Binomialverteilung)

Erwartungswert und Varianz

$$E(X) = \sum x_i \cdot P(X = x_i) \qquad \text{Binomial: } E = n \cdot p,\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$$

Beispiele

Beispiel 1

Würfel: $E(X) = \dfrac{1 + 2 + \ldots + 6}{6} =$ 3,5

Beispiel 2

$n = 4$, $p = 0{,}3$: $E(X) = 4 \cdot 0{,}3 =$ 1,2 Treffer; $\sigma = \sqrt{4 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}7} \approx$ 0,92

Typische Fehler

- Diskrete und stetige Zufallsvariablen verwechseln.
- Bei der Binomialverteilung den Binomialkoeffizienten vergessen.
- Erwartungswert mit dem häufigsten Wert gleichsetzen.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
Ist die Körpergröße diskret?	Nein, stetig.
Ist die Anzahl der Kinder pro Familie diskret?	Ja.
Binomial $n = 20$, $p = 0{,}25$: Erwartungswert?	5
$P(X = 2)$ bei $n = 4$, $p = 0{,}3$?	$6 \cdot 0{,}09 \cdot 0{,}49 \approx 0{,}2646$