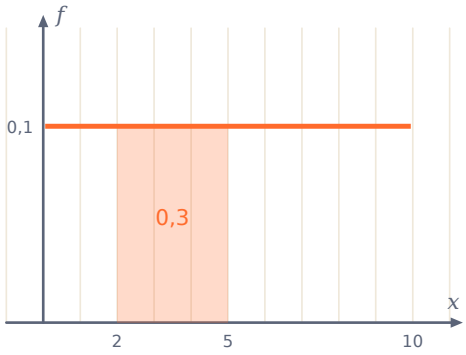
Dichtefunktion

Bei stetigen Zufallsvariablen: Wahrscheinlichkeiten als Flächen unter einer Kurve.

Definition

Die Dichtefunktion f einer stetigen Zufallsvariable beschreibt, wie die Wahrscheinlichkeit verteilt ist. Wahrscheinlichkeiten sind Flächen unter dem Graphen.

$$f(x) \geq 0 \qquad \int f(x)\,\mathrm{d}x = 1 \qquad P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$$



Gleichverteilung auf [0; 10]: $f(x) = 0{,}1 - P(2 \leq X \leq 5) = 0{,}3$

Achtung

- f(x) selbst ist keine Wahrscheinlichkeit – f(x) kann sogar größer als 1 sein.
- Die Gesamtfläche unter f ist immer 1.
- Die wichtigste Dichtefunktion ist die Gaußsche Glockenkurve.

Beispiele

Beispiel 1

Gleichverteilung auf [0; 10]: $P(2 \leq X \leq 5) = 0{,}1 \cdot 3 =$ 0,3

Beispiel 2

Für $f(x) = c$ auf [0; 4] muss $c \cdot 4 = 1$ gelten → $c = 0{,}25$.

Typische Fehler

- Dichtewerte als Wahrscheinlichkeiten deuten.
- Die Bedingung „Fläche = 1“ nicht prüfen.
- Bei Gleichverteilung die Intervallbreite vergessen.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
Gleichverteilung auf [0; 20]: Wert der Dichte?	$\frac{1}{20} = 0{,}05$
Dazu $P(5 \leq X \leq 15)$?	$0{,}05 \cdot 10 = 0{,}5$
$f(x) = 0{,}5x$ auf [0; 2]. Ist das eine Dichte?	Fläche $= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 1 \rightarrow ja$
Kann eine Dichte negativ sein?	Nein.