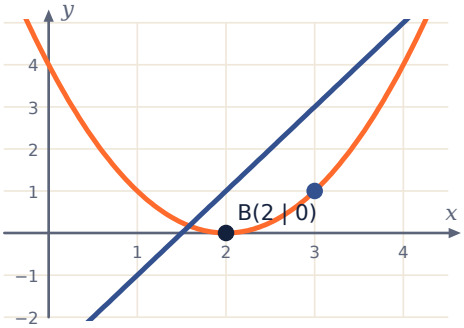
Berührpunkt

Wenn sich zwei Graphen berühren statt schneiden – gleicher Wert und gleiche Steigung.

Was ist ein Berührpunkt?

Zwei Graphen berühren einander in einem Punkt, wenn sie dort denselben Funktionswert und dieselbe Steigung haben. Sie gehen dann nicht durcheinander hindurch.

$$f(x_0) = g(x_0) \text{ und } f'(x_0) = g'(x_0)$$



$(x-2)^2$ *berührt die x-Achse in (2 | 0) und die Gerade* $2x - 3in(3\,|\,1)$

Berührpunkt mit der x-Achse

Berührt ein Graph die x-Achse, liegt eine doppelte Nullstelle vor: $f(x_0) = 0$ und $f'(x_0) = 0$. Bei Polynomen erkennt man sie am Faktor $(x - x_0)^2$.

Tangente

Eine Tangente ist eine Gerade, die den Graphen in einem Punkt berührt:
$t(x) = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$.

Beispiele

Beispiel 1

$f(x) = (x-2)^2$: $f(2) = 0$ und $f'(2) = 0 \;\rightarrow\;$ Berührpunkt B(2 | 0) mit der x-Achse.

Beispiel 2

Tangente $anf(x) = (x-2)^2$ bei $x = 3$: $f(3) = 1$, $f'(3) = 2 \;\rightarrow\; t(x) = 2x - 3$

Typische Fehler

- Berühren und Schneiden verwechseln.
- Nur $f(x_0) = g(x_0)$ prüfen, die Steigung vergessen.
- Doppelte Nullstellen nicht erkennen.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
Berührt $f(x) = x^2 - 4x + 4$ die x-Achse?	Ja: $(x-2)^2$, Berührpunkt (2 | 0)
Tangente $anf(x) = x^2$ bei $x = 1$?	$f(1) = 1$, $f'(1) = 2 \rightarrow t(x) = 2x - 1$
Für welches c berührt $x^2 + c$ die Gerade $y = 2x$?	$x^2 - 2x + c = 0$ mit $D = 0 \rightarrow c = 1$
Schneiden oder berühren sich $y = x^2$ und $y = 1$?	schneiden (zwei Schnittpunkte ±1)