Arkusfunktionen: Umkehrung von Sinus, Cosinus und Tangens

Vom Verhältnis zurück zum Winkel – was hinter den Tasten $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$ und $\tan^{-1}$ steckt.

Vom Wert zum Winkel

Die Winkelfunktionen ordnen einem Winkel eine Zahl zu. Die Arkusfunktionen machen das rückgängig: Sie liefern zu einer Zahl den passenden Winkel. Am Taschenrechner heißen sie $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$ und $\tan^{-1}$.

$$\arcsin(0{,}5) = 30^\circ \qquad \arccos(0{,}5) = 60^\circ \qquad \arctan(1) = 45^\circ$$

Warum ein eingeschränkter Bereich?

Sinus, Cosinus und Tangens nehmen jeden Wert unendlich oft an. Eine Umkehrfunktion braucht aber genau einen Winkel – deshalb liefert der Taschenrechner nur den sogenannten Hauptwert.

Funktion	Eingabe	Hauptwert
arcsin	−1 bis 1	−90° bis 90°
arccos	−1 bis 1	0° bis 180°
arctan	alle Zahlen	−90° bis 90°

Weitere Winkel

Weitere Winkel mit demselben Funktionswert findet man über Symmetrie und Periode – zum Beispiel 180° − α beim Sinus.

$\sin^{-1}$ bedeutet hier nicht „1 durch Sinus“, sondern die Umkehrfunktion.

Beispiele

Beispiel 1

Im rechtwinkeligen Dreieck ist die Gegenkathete 3 und die Hypotenuse 5: α = $\arcsin(0{,}6) \approx 36{,}87°$.

Beispiel 2

Eine Straße hat 12 % Steigung: $\alpha = \arctan(0{,}12) \approx$ 6,84°.

Typische Fehler

- $\sin^{-1}(x)$ als $\dfrac{1}{\sin(x)}$ lesen.
- Vergessen, dass es weitere Winkel mit demselben Wert gibt.
- Grad- und Bogenmaß am Taschenrechner verwechseln.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
1. Berechne arccos(0,8).	$\approx 36{,}87^\circ$
2. Eine Leiter (4 m) reicht 3,6 m hoch. Winkel mit dem Boden?	$\arcsin\left(\frac{3{,}6}{4}\right) = \arcsin(0{,}9) \approx 64{,}16^\circ$
3. Warum liefert der Taschenrechner bei arcsin(1,5) eine Fehlermeldung?	Der Sinus ist nie größer als 1 – es gibt keinen solchen Winkel.
4. $\arcsin(0{,}5) = 30^\circ$. Welcher zweite Winkel zwischen 0° und 180° hat denselben Sinus?	$180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$

Häufige Fragen

Was heißt „Arkus“?

Arcus ist lateinisch für Bogen: arcsin(x) ist der Bogen (Winkel im Bogenmaß), dessen Sinus x ist.

Teste dich: Kreuze die richtige Antwort an

1. $\arctan(1) = \ldots$ ☐ a) 30° ☐ b) 45° ☐ c) 90°
2. arcsin liefert Winkel zwischen … ☐ a) −90° und 90° ☐ b) 0° und 360°
3. arccos(2) … ☐ a) ist 0° ☐ b) gibt es nicht

Lösungen: 1 b, 2 a, 3 b