Arbeitsblatt: Wahrscheinlichkeitsverteilung

4 Aufgaben mit Rechenfeldern und Kurz-Check – mit ausführlichen Lösungen

Mit Max üben

Name: _____ Klasse: _____ Datum: _____

1 Die Werte 1, 2, 3 haben die Wahrscheinlichkeiten 0,2; 0,5; x. Wie groß ist x?

2 Wie groß ist der Erwartungswert dieser Verteilung?
Erwartungswert dazu?

3 Erwartungswert der Augenzahl eines Würfels?

4 Ein Spiel: 2 € Gewinn mit 0,3, sonst −1 €. Erwartungswert?

Kurz-Check: Kreuze die richtige Antwort an.

1. Summe aller Wahrscheinlichkeiten?

- ☐ a) 0
- ☐ b) 1
- ☐ c) beliebig

2. $E(X) = \ldots$

- ☐ a) $\sum x_i$
- ☐ b) $\sum x_i \cdot P(X = x_i)$
- ☐ c) $\sum P(X = x_i)$

3. σ ist …

- ☐ a) die Varianz
- ☐ b) die Wurzel der Varianz

4. Welche Aussage beschreibt einen typischen Fehler?

- ☐ a) Binomialverteilung: Anzahl der Treffer bei n unabhängigen Versuchen
- ☐ b) Normalverteilung: stetige, glockenförmige Verteilung
- ☐ c) Wahrscheinlichkeiten summieren sich nicht zu 1.

5. Was ist ein typischer Fehler bei diesem Thema?

- ☐ a) Gleichverteilung: alle Werte gleich wahrscheinlich
- ☐ b) Binomialverteilung: Anzahl der Treffer bei n unabhängigen Versuchen
- ☐ c) Beim Erwartungswert die Werte nicht gewichten.

6. Welcher dieser Punkte ist ein Fehler, den du vermeiden solltest?

- ☐ a) Normalverteilung: stetige, glockenförmige Verteilung
- ☐ b) Gleichverteilung: alle Werte gleich wahrscheinlich
- ☐ c) Varianz und Standardabweichung verwechseln.

Lösungen: Wahrscheinlichkeitsverteilung

Zuerst selbst rechnen – dann vergleichen. Jeder Schritt ist erklärt.

1 **Die Werte 1, 2, 3 haben die Wahrscheinlichkeiten 0,2; 0,5; x. Wie groß ist x?**

- Gegeben: Werte 1, 2, 3 mit $P = 0{,}2$; 0,5; x. Gesucht: x.
- In einer Verteilung ergeben alle Wahrscheinlichkeiten zusammen 1.
- $0{,}2 + 0{,}5 + x = 1$.
- $0{,}7 + x = 1 \;\rightarrow\; x = 0{,}3$.

Ergebnis: 0,3

2 **Wie groß ist der Erwartungswert dieser Verteilung? Erwartungswert dazu?**

- Gesucht: Erwartungswert zur Verteilung aus Aufgabe 1.
- Erwartungswert $E(X) =$ Summe aus Wert · Wahrscheinlichkeit.
- $1 \cdot 0{,}2 = 0{,}2$; $2 \cdot 0{,}5 = 1$; $3 \cdot 0{,}3 = 0{,}9$.
- Summe: $0{,}2 + 1 + 0{,}9 = 2{,}1$.
- Deutung: Im Mittel vieler Versuche ergibt sich der Wert 2,1.

Ergebnis: $0{,}2 + 1 + 0{,}9 = 2{,}1$

3 **Erwartungswert der Augenzahl eines Würfels?**

- Gesucht: Erwartungswert der Augenzahl eines Würfels.
- Jede Augenzahl hat $P = \frac{1}{6}$.
- $E(X) = (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) \cdot \frac{1}{6}$.
- $= \frac{21}{6} = 3{,}5$.
- 3,5 kann man nie würfeln – es ist der langfristige Durchschnitt.

Ergebnis: 3,5

4 **Ein Spiel: 2 € Gewinn mit 0,3, sonst −1 €. Erwartungswert?**

- Gegeben: +2 € mit $P = 0{,}3$, sonst −1 €. Gesucht: Erwartungswert.
- Sonst heißt: $P = 1 - 0{,}3 = 0{,}7$.
- $E = 2 \cdot 0{,}3 + (-1) \cdot 0{,}7$.
- $= 0{,}6 - 0{,}7 = -0{,}1$.
- Deutung: Pro Spiel verliert man im Mittel 10 Cent – das Spiel ist unfair (zugunsten des Anbieters).

Ergebnis: $0{,}6 - 0{,}7 = -0{,}10\,€$

Kurz-Check

1. b) 1 – 1.
2. b) $\sum x_i \cdot P(X = x_i)$ – Summe x mal P.
3. b) die Wurzel der Varianz – Die Wurzel der Varianz.
4. c) Wahrscheinlichkeiten summieren sich nicht zu 1. – Falsch ist: Wahrscheinlichkeiten summieren sich nicht zu 1. Die anderen beiden Aussagen sind richtig.
5. c) Beim Erwartungswert die Werte nicht gewichten. – Falsch ist: Beim Erwartungswert die Werte nicht gewichten. Die anderen beiden Aussagen sind richtig.
6. c) Varianz und Standardabweichung verwechseln. – Falsch ist: Varianz und Standardabweichung verwechseln. Die anderen beiden Aussagen sind richtig.

Noch unsicher? Auf www.team-plus.at/mathematik/wahrscheinlichkeitsverteilung.html erklärt dir Max das Thema Schritt für Schritt – kostenlos. Persönliche Nachhilfe: 01/503 94 10.

QR Code ist eine eingetragene Marke der DENSO WAVE INCORPORATED in Japan und anderen Ländern.