Arbeitsblatt: vertikal, lotrecht, senkrecht

5 Aufgaben mit Rechenfeldern und Kurz-Check – mit ausführlichen Lösungen

Mit Max üben

Name: _____ Klasse: _____ Datum: _____

1 Sind $a = (4 \mid -1)$ und $b = (1 \mid 4)$ normal zueinander?

2 Wir suchen einen Vektor, der normal auf v = (5 | 2) steht.
Gib einen Normalvektor $zuv = (5 \mid 2)an$.

3 Eine Gerade hat die Steigung $k = \frac{3}{4}$. Welche Steigung hat eine dazu senkrechte Gerade?

4 Ein Zaunpfahl steht lotrecht auf einem Hang mit 20° Neigung. Welchen Winkel schließt er mit dem Hang ein (bergseitig)?

5 Stehen (3 | 6) und (−4 | 2) senkrecht aufeinander?

Kurz-Check: Kreuze die richtige Antwort an.

1. Was bedeutet lotrecht?

- ☐ a) im rechten Winkel zu einer beliebigen Geraden
- ☐ b) in Richtung der Schwerkraft
- ☐ c) parallel zum Boden
- ☐ d) schräg nach oben

2. Stehen (2 | 5) und (5 | −2) normal aufeinander?

- ☐ a) ja
- ☐ b) nein

3. Eine Gerade hat die Steigung 4. Welche Steigung hat die Senkrechte?

- ☐ a) -4
- ☐ b) $\frac{1}{4}$
- ☐ c) $-\frac{1}{4}$
- ☐ d) 4

4. Ein Mast steht senkrecht auf einem schrägen Dach. Ist er lotrecht?

- ☐ a) ja, immer
- ☐ b) nein, er steht schräg
- ☐ c) nur bei Flachdächern

5. Was bedeutet „senkrecht“ in der Mathematik?

- ☐ a) im rechten Winkel zu einer Linie
- ☐ b) immer nach oben
- ☐ c) parallel zur Linie

6. Zwei Geraden mit $k_1 = 2$ und $k_2 = -0{,}5$ sind …

- ☐ a) parallel
- ☐ b) senkrecht zueinander
- ☐ c) identisch

Lösungen: vertikal, lotrecht, senkrecht

Zuerst selbst rechnen – dann vergleichen. Jeder Schritt ist erklärt.

1 **Sind $a = (4 \mid -1)$ und $b = (1 \mid 4)$ normal zueinander?**

- Gegeben: $a = (4 \mid -1)$ und $b = (1 \mid 4)$. Frage: Stehen sie normal (senkrecht) aufeinander?
- Kriterium: Zwei Vektoren stehen genau dann normal aufeinander, wenn ihr Skalarprodukt null ist.
- Skalarprodukt: erste Koordinate mal erste plus zweite mal zweite: $a \cdot b = 4 \cdot 1 + (-1) \cdot 4$.
- Rechnen: $4 - 4 = 0$.
- Das Skalarprodukt ist 0, also schließen die Vektoren einen rechten Winkel ein.

Ergebnis: $4 \cdot 1 + (-1) \cdot 4 = 0 \;\rightarrow\; ja$

2 **Wir suchen einen Vektor, der normal auf v = (5 | 2) steht. Gib einen Normalvektor $zuv = (5 \mid 2) an$.**

- Gegeben: $v = (5 \mid 2)$. Gesucht: ein Vektor, der normal auf v steht.
- Trick in der Ebene: Koordinaten vertauschen und bei einer davon das Vorzeichen wechseln.
- Vertauschen: (2 | 5). Vorzeichen der ersten wechseln: (−2 | 5).
- Kontrolle mit dem Skalarprodukt: $5 \cdot (-2) + 2 \cdot 5 = -10 + 10 = 0$ ✓.
- Auch (2 | −5) oder jedes Vielfache wie (−4 | 10) ist ein Normalvektor.

Ergebnis: (−2 | 5) – Kontrolle: $5 \cdot (-2) + 2 \cdot 5 = 0$

3 **Eine Gerade hat die Steigung $k = \frac{3}{4}$. Welche Steigung hat eine dazu senkrechte Gerade?**

- Gegeben: Gerade mit $k_1 = \frac{3}{4}$. Gesucht: Steigung k₂ einer dazu senkrechten Geraden.
- Für senkrechte Geraden gilt: $k_1 \cdot k_2 = -1$. Grund: Der Richtungsvektor (4 | 3) wird zum Normalvektor (−3 | 4) gedreht.
- Nach k₂ umformen: $k_2 = -\frac{1}{k_1}$ – das ist der negative Kehrwert.
- Kehrwert von $\frac{3}{4}$ ist $\frac{4}{3}$, mit Minus davor: $-\frac{4}{3}$.
- Kontrolle: $\frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) = -\frac{12}{12} = -1$ ✓.

Ergebnis: $k = -\frac{4}{3}$

4 **Ein Zaunpfahl steht lotrecht auf einem Hang mit 20° Neigung. Welchen Winkel schließt er mit dem Hang ein (bergseitig)?**

- Gegeben: Hang mit 20° Neigung, ein Pfahl steht lotrecht. Gesucht: Winkel zwischen Pfahl und Hang (bergseitig).
- Lotrecht heißt: Der Pfahl zeigt genau nach oben, er steht im rechten Winkel zur Waagrechten – nicht zum Hang!
- Zwischen Waagrechter und Hang liegen 20°.
- Bergseitig fehlen dem Pfahl diese 20° bis zum rechten Winkel: $90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$.
- Talseitig ergänzt sich der Winkel auf 180°: $180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$.

Ergebnis: $90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$ (talseitig 110°)

5 **Stehen (3 | 6) und (−4 | 2) senkrecht aufeinander?**

- Gegeben: (3 | 6) und (−4 | 2). Frage: Stehen sie senkrecht aufeinander?
- Wieder das Skalarprodukt berechnen: $3 \cdot (-4) + 6 \cdot 2$.
- Rechnen: $-12 + 12 = 0$.
- Skalarprodukt 0 bedeutet: rechter Winkel.

Ergebnis: $3 \cdot (-4) + 6 \cdot 2 = 0 \;\rightarrow\; ja$

Kurz-Check

1. b) in Richtung der Schwerkraft – Lotrecht heißt in Richtung der Schwerkraft, so wie ein Senklot hängt.
2. a) ja – 2 mal 5 plus 5 mal minus 2 ist null, also ja.
3. c) $-\frac{1}{4}$ – k2 gleich minus 1 durch k1, also minus ein Viertel.
4. b) nein, er steht schräg – Senkrecht zum schrägen Dach ist nicht lotrecht – er steht schräg.
5. a) im rechten Winkel zu einer Linie – Senkrecht heißt: 90 Grad zu einer bestimmten Linie – die kann auch schräg liegen.
6. b) senkrecht zueinander – 2 mal minus 0,5 ist minus 1 – also senkrecht.

Noch unsicher? Auf www.team-plus.at/mathematik/vertikal-lotrecht-senkrecht.html erklärt dir Max das Thema Schritt für Schritt – kostenlos. Persönliche Nachhilfe: 01/503 94 10.

QR Code ist eine eingetragene Marke der DENSO WAVE INCORPORATED in Japan und anderen Ländern.