Arbeitsblatt: Symmetrie: gerade/ungerade Funktion

5 Aufgaben mit Rechenfeldern und Kurz-Check – mit ausführlichen Lösungen

Mit Max üben

Name: _____ Klasse: _____ Datum: _____

1 Ist $f(x) = 3x^4 + 1$ gerade, ungerade oder keines von beiden?

2 Ist $f(x) = 5x - x^3$ gerade oder ungerade?

3 Ist die Funktion f(x) = x³ + 2 symmetrisch?
Ist $f(x) = x^3 + 2$ symmetrisch?

4 Wir prüfen rechnerisch, ob f(x) = x² − 4x symmetrisch ist.
Prüfe $f(x) = x^2 - 4x$ rechnerisch.

5 Eine gerade Funktion hat $f(3) = 7$. Wie groß ist f(−3)?

Kurz-Check: Kreuze die richtige Antwort an.

1. Woran erkennt man eine gerade Funktion?

☐ a) $f(-x) = -f(x)$ ☐ b) $f(-x) = f(x)$
☐ c) $f(0) = 0$

2. Ist $f(x) = x^6 - x^2$ gerade?

☐ a) ja ☐ b) nein

3. Wozu ist eine ungerade Funktion symmetrisch?

☐ a) zur y-Achse ☐ b) zum Ursprung
☐ c) zur x-Achse

4. f ist ungerade und $f(2) = 5$. Was ist f(−2)?

☐ a) 5 ☐ b) −5
☐ c) 0

5. Ist $f(x) = x^3 - x$ gerade oder ungerade?

☐ a) ungerade ☐ b) gerade
☐ c) keines von beiden

6. Ist $f(x) = x^2 + 3$ gerade?

☐ a) nein ☐ b) ja

Lösungen: Symmetrie: gerade/ungerade Funktion

Zuerst selbst rechnen – dann vergleichen. Jeder Schritt ist erklärt.

1 **Ist $f(x) = 3x^4 + 1$ gerade, ungerade oder keines von beiden?**

- Gegeben: $f(x) = 3x^4 + 1$. Frage: gerade, ungerade oder keines von beiden?
- Rechnerische Prüfung: f(−x) bilden, also überall −x einsetzen.
- $f(-x) = 3 \cdot (-x)^4 + 1$. Eine gerade Hochzahl macht das Minus weg: $(-x)^4 = x^4$.
- Also $f(-x) = 3x^4 + 1 = f(x)$.
- $f(-x) = f(x)$ bedeutet: Der Graph ist symmetrisch zur y-Achse. Kurz: nur gerade Hochzahlen (auch $1 = 1 \cdot x^0$).

Ergebnis: gerade (nur gerade Hochzahlen, $1 = 1 \cdot x^0$)

2 **Ist $f(x) = 5x - x^3$ gerade oder ungerade?**

- Gegeben: $f(x) = 5x - x^3$. Frage: gerade oder ungerade?
- $f(-x) = 5 \cdot (-x) - (-x)^3$.
- Ungerade Hochzahlen behalten das Minus: $(-x)^3 = -x^3$. Also $f(-x) = -5x + x^3$.
- Vergleich mit $-f(x) = -(5x - x^3) = -5x + x^3$ – das ist dasselbe.
- $f(-x) = -f(x)$ heißt: punktsymmetrisch zum Ursprung (nur ungerade Hochzahlen).

Ergebnis: ungerade

3 **Ist die Funktion f(x) = x³ + 2 symmetrisch?**
Ist $f(x) = x^3 + 2$ symmetrisch?

- Gegeben: $f(x) = x^3 + 2$. Frage: Ist f symmetrisch?
- $f(-x) = (-x)^3 + 2 = -x^3 + 2$.
- Ist das $f(x) = x^3 + 2$? Nein (x³ hat das andere Vorzeichen).
- Ist das $-f(x) = -x^3 - 2$? Nein (die 2 hat das andere Vorzeichen).
- Grund: ungerade Hochzahl (x³) und absolutes Glied (x⁰, gerade) sind gemischt. Der Graph ist nur ein nach oben verschobenes x³.

Ergebnis: keine dieser Symmetrien (ungerade Hochzahl und absolutes Glied gemischt)

4 **Wir prüfen rechnerisch, ob f(x) = x² − 4x symmetrisch ist.**
Prüfe $f(x) = x^2 - 4x$ rechnerisch.

- Gegeben: $f(x) = x^2 - 4x$. Aufgabe: Symmetrie rechnerisch prüfen.
- $f(-x) = (-x)^2 - 4 \cdot (-x) = x^2 + 4x$.
- Vergleich mit $f(x) = x^2 - 4x$: verschieden (wegen +4x).
- Vergleich mit $-f(x) = -x^2 + 4x$: auch verschieden (wegen x²).
- Also keine der beiden Symmetrien. (Die Parabel ist zwar symmetrisch, aber zur Geraden $x = 2$, nicht zur y-Achse.)

Ergebnis: $f(-x) = x^2 + 4x$ – weder f(x) noch −f(x) → keine Symmetrie

5 **Eine gerade Funktion hat $f(3) = 7$. Wie groß ist f(−3)?**

- Gegeben: gerade Funktion mit $f(3) = 7$. Gesucht: f(−3).
- Gerade heißt: $f(-x) = f(x)$ für alle x.
- Mit $x = 3$: $f(-3) = f(3)$.
- Grafisch: Der Punkt (3 | 7) wird an der y-Achse gespiegelt → (−3 | 7).

Ergebnis: 7

Kurz-Check

1. b) $f(-x) = f(x)$ – f von minus x gleich f von x.
2. a) ja – Nur gerade Hochzahlen – ja.
3. b) zum Ursprung – Zum Ursprung.
4. b) −5 – Minus 5.
5. a) ungerade – Nur ungerade Hochzahlen – also ungerade.
6. b) ja – Gerade Hochzahl und Konstante – symmetrisch zur y-Achse.

Noch unsicher? Auf www.team-plus.at/mathematik/symmetrie-gerade-ungerade-funktion.html erklärt dir Max das Thema Schritt für Schritt – kostenlos. Persönliche Nachhilfe: 01/503 94 10.

QR Code ist eine eingetragene Marke der DENSO WAVE INCORPORATED in Japan und anderen Ländern.