Arbeitsblatt: Scheitelpunkt

5 Aufgaben mit Rechenfeldern und Kurz-Check – mit ausführlichen Lösungen

Mit Max üben

Name: _____ Klasse: _____ Datum: _____

1 Wo liegt der Scheitel von f(x) = 2x² + 8x + 3?
Scheitel von $f(x) = 2x^2 + 8x + 3$?

2 Wo liegt der Scheitel von f(x) = −x² + 4x?
Scheitel von $f(x) = -x^2 + 4x$?

3 Wo liegt der Scheitel von f(x) = (x + 3)² − 1?
Scheitel von $f(x) = (x + 3)^2 - 1$?

4 Der Gewinn ist G(x) = −0,5x² + 30x − 200. Wo liegt das Maximum?
Gewinn $G(x) = -0{,}5x^2 + 30x - 200$: Maximum?

5 Wir schreiben f(x) = x² − 4x + 7 in der Scheitelform.
Schreibe $f(x) = x^2 - 4x + 7in$ Scheitelform.

Kurz-Check: Kreuze die richtige Antwort an.

1. Formel für x_S?
   - ☐ a) $\frac{b}{2a}$
   - ☐ b) $-\frac{b}{2a}$
   - ☐ c) $-\frac{2a}{b}$

2. Scheitel von $(x-4)^2+1$?
   - ☐ a) (4 | 1)
   - ☐ b) (−4 | 1)
   - ☐ c) (1 | 4)

3. Bei $a > 0$ ist der Scheitel ein …
   - ☐ a) Hochpunkt
   - ☐ b) Tiefpunkt

4. Scheitel von x^2+2?
   - ☐ a) (0 | 2)
   - ☐ b) (2 | 0)
   - ☐ c) (−2 | 0)

5. Der Scheitel liegt immer auf …
   - ☐ a) der Symmetrieachse
   - ☐ b) der x-Achse
   - ☐ c) der y-Achse

Lösungen: Scheitelpunkt

Zuerst selbst rechnen – dann vergleichen. Jeder Schritt ist erklärt.

1 **Wo liegt der Scheitel von f(x) = 2x² + 8x + 3?**
Scheitel von $f(x) = 2x^2 + 8x + 3$?

- Gegeben: $f(x) = 2x^2 + 8x + 3$. Gesucht: Scheitel.
- Koeffizienten: $a = 2$, $b = 8$, $c = 3$.
- Scheitelstelle: $xS = -\frac{b}{2a} = -\frac{8}{4} = -2$.
- Scheitelwert: $yS = f(-2) = 2 \cdot 4 + 8 \cdot (-2) + 3 = 8 - 16 + 3 = -5$.
- $a > 0 \;\rightarrow\;$ der Scheitel ist der tiefste Punkt.

Ergebnis: $x_S = -2$; $y_S = 8 - 16 + 3 = -5 \;\rightarrow\; S(-2\,|\,-5)$

2 **Wo liegt der Scheitel von f(x) = −x² + 4x?**
Scheitel von $f(x) = -x^2 + 4x$?

- Gegeben: $f(x) = -x^2 + 4x$. Gesucht: Scheitel.
- $a = -1$, $b = 4$.
- $xS = -\frac{4}{2 \cdot (-1)} = 2$.
- $yS = -4 + 8 = 4$.
- a < 0 → höchster Punkt.

Ergebnis: S(2 | 4)

3 **Wo liegt der Scheitel von f(x) = (x + 3)² − 1?**
Scheitel von $f(x) = (x + 3)^2 - 1$?

- Gegeben: $f(x) = (x + 3)^2 - 1$. Gesucht: Scheitel.
- Scheitelform: $f(x) = a(x - xS)^2 + yS$.
- $x + 3 = x - (-3) \;\rightarrow\; xS = -3$.
- $yS = -1$.
- Achtung Vorzeichen: Aus „+3“ in der Klammer wird $xS = -3$.

Ergebnis: S(−3 | −1)

4 **Der Gewinn ist G(x) = −0,5x² + 30x − 200. Wo liegt das Maximum?**
Gewinn $G(x) = -0{,}5x^2 + 30x - 200$: Maximum?

- Gegeben: $G(x) = -0{,}5x^2 + 30x - 200$. Gesucht: maximaler Gewinn.
- Nach unten offen $(a = -0{,}5)$ $\rightarrow$ Maximum im Scheitel.
- $xS = -\frac{30}{2 \cdot (-0{,}5)} = -30/-1 = 30.$
- $G(30) = -0{,}5 \cdot 900 + 900 - 200 = -450 + 900 - 200 = 250.$

Ergebnis: $x = 30$; $G(30) = 250$

5 **Wir schreiben f(x) = x² − 4x + 7 in der Scheitelform.**
Schreibe $f(x) = x^2 - 4x + 7in$ Scheitelform.

- Gegeben: $f(x) = x^2 - 4x + 7$. Gesucht: Scheitelform.
- Quadratisch ergänzen: Halbe Zahl vor x ist −2, ihr Quadrat 4.
- $x^2 - 4x + 7 = (x^2 - 4x + 4) - 4 + 7.$
- $= (x-2)^2 + 3.$
- Kontrolle: $(x-2)^2 + 3 = x^2 - 4x + 4 + 3 = x^2 - 4x + 7$ ✓.

Ergebnis: $(x-2)^2 + 3$

Kurz-Check

1. b) $-\frac{b}{2a}$ – Minus b durch 2a.
2. a) (4 | 1) – 4 und 1.
3. b) Tiefpunkt – Tiefpunkt.
4. a) (0 | 2) – 0 und 2.
5. a) der Symmetrieachse – Die Parabel ist symmetrisch zur senkrechten Geraden durch den Scheitel.

Noch unsicher? Auf www.team-plus.at/mathematik/scheitelpunkt.html erklärt dir Max das Thema Schritt für Schritt – kostenlos. Persönliche Nachhilfe: 01/503 94 10.

QR Code ist eine eingetragene Marke der DENSO WAVE INCORPORATED in Japan und anderen Ländern.