Arbeitsblatt: quadratisches Modell

5 Aufgaben mit Rechenfeldern und Kurz-Check – mit ausführlichen Lösungen

Mit Max üben

Name: _____ Klasse: _____ Datum: _____

1 Bremsweg bei 80 km/h nach der Faustformel?

2 Die Flughöhe eines Balls ist h(t) = −5t² + 10t + 2. Wie hoch fliegt er höchstens?
$h(t) = -5t^2 + 10t + 2$: Maximale Höhe?

3 $G(x) = -2x^2 + 40x - 50$: Bei welcher Menge ist der Gewinn maximal?

4 Wie verändert sich eine Quadratfläche, wenn die Seite verdreifacht wird?

5 Woran erkennt man an einer Tabelle ein quadratisches Modell?

Kurz-Check: Kreuze die richtige Antwort an.

1. Welche Form hat der Graph?

- ☐ a) Gerade
- ☐ b) Parabel
- ☐ c) Hyperbel

2. a ist negativ. Die Parabel ist ...

- ☐ a) nach oben offen
- ☐ b) nach unten offen

3. Wo liegt das Maximum von $-x^2 + 6x$?

- ☐ a) $x = 3$
- ☐ b) $x = 6$
- ☐ c) $x = -3$

4. Doppelte Geschwindigkeit – Bremsweg?

- ☐ a) doppelt
- ☐ b) dreifach
- ☐ c) vierfach

5. Welche Aussage beschreibt einen typischen Fehler?

- ☐ a) a: Öffnung ($a > 0$ nach oben, $a < 0$ nach unten) und Breite
- ☐ b) Das Vorzeichen von a falsch deuten (nach unten offen bei $a < 0$).
- ☐ c) c: Startwert (Wert bei $x = 0$)

6. Was ist ein typischer Fehler bei diesem Thema?

- ☐ a) Scheitelpunkt: größter bzw. kleinster Wert
- ☐ b) Maximum/Minimum → Scheitelpunkt: $x = -\frac{b}{2a}$
- ☐ c) Bei $x = -\frac{b}{2a}$ das Minus vergessen.

Lösungen: quadratisches Modell

Zuerst selbst rechnen – dann vergleichen. Jeder Schritt ist erklärt.

1 **Bremsweg bei 80 km/h nach der Faustformel?**

- Gegeben: Geschwindigkeit 80 km/h. Gesucht: Bremsweg nach der Faustformel.
- Faustformel: Bremsweg = (Geschwindigkeit / 10)² in Metern.
- $\frac{80}{10} = 8$.
- $8^2 = 64$.
- Warum quadratisch? Doppelte Geschwindigkeit → vierfacher Bremsweg (40 km/h: 16 m, 80 km/h: 64 m).

Ergebnis: $\left(\frac{80}{10}\right)^2 = 64\,\text{m}$

2 **Die Flughöhe eines Balls ist h(t) = −5t² + 10t + 2. Wie hoch fliegt er höchstens?** $h(t) = -5t^2 + 10t + 2$**: Maximale Höhe?**

- Gegeben: $h(t) = -5t^2 + 10t + 2$. Gesucht: maximale Höhe.
- Die Parabel ist nach unten geöffnet (−5) – der Scheitel ist der höchste Punkt.
- Scheitelstelle: $t = -\frac{b}{2a} = -\frac{10}{2 \cdot (-5)} = 1$.
- Höhe dort: $h(1) = -5 + 10 + 2 = 7$.
- Deutung: Nach 1 s erreicht der Ball 7 m, danach fällt er.

Ergebnis: $t = 1\,\text{s}$; $h(1) = 7\,\text{m}$

3 $G(x) = -2x^2 + 40x - 50$**: Bei welcher Menge ist der Gewinn maximal?**

- Gegeben: $G(x) = -2x^2 + 40x - 50$. Gesucht: Menge mit maximalem Gewinn.
- Nach unten geöffnete Parabel → Maximum im Scheitel.
- Scheitelstelle: $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{40}{-4} = 10$.
- $G(10) = -200 + 400 - 50 = 150$.

Ergebnis: $x = 10$; $G(10) = 150$

4 **Wie verändert sich eine Quadratfläche, wenn die Seite verdreifacht wird?**

- Gegeben: Quadrat, Seite wird verdreifacht. Gesucht: Änderung der Fläche.
- Fläche: $A = a^2$ – quadratischer Zusammenhang.
- Neue Seite 3a → neue Fläche $(3a)^2 = 9a^2$.
- Das alte Quadrat passt $3 \cdot 3 = 9$-mal hinein.

Ergebnis: Sie wird 9-mal so groß.

5 **Woran erkennt man an einer Tabelle ein quadratisches Modell?**

- Frage: Woran erkennt man an einer Tabelle ein quadratisches Modell?
- Bei gleichen x-Schritten: zuerst die Differenzen der y-Werte bilden (1. Differenzen).
- Linear: schon die 1. Differenzen sind konstant.
- Quadratisch: die 1. Differenzen ändern sich gleichmäßig – die Differenzen davon (2. Differenzen) sind konstant.
- Beispiel $y = x^2$: 0, 1, 4, 9, 16 → 1, 3, 5, 7 → 2, 2, 2.

Ergebnis: Die zweiten Differenzen sind konstant.

Kurz-Check

1. b) Parabel – Eine Parabel.
2. b) nach unten offen – Nach unten offen.
3. a) $x = 3$ – Minus 6 durch minus 2 gleich 3.
4. c) vierfach – Vierfach.
5. b) Das Vorzeichen von a falsch deuten (nach unten offen bei $a < 0$).
6. c) Bei $x = -\frac{b}{2a}$ das Minus vergessen. – Falsch ist: Bei $x = -\frac{b}{2a}$ das Minus vergessen. Die anderen beiden Aussagen sind richtig.

Noch unsicher? Auf www.team-plus.at/mathematik/quadratisches-modell.html erklärt dir Max das Thema Schritt für Schritt – kostenlos. Persönliche Nachhilfe: 01/503 94 10.

QR Code ist eine eingetragene Marke der DENSO WAVE INCORPORATED in Japan und anderen Ländern.