# Arbeitsblatt: Polynomfunktion n-ten Grades, Polynomfunktion n-ter Ordnung

Mit Max üben

5 Aufgaben mit Rechenfeldern und Kurz-Check – mit ausführlichen Lösungen

Name: _____ Klasse: _____ Datum: _____

**1** Welchen Grad hat die Funktion f(x) = 4x⁵ − x² + 7?
Welchen Grad hat $f(x) = 4x^5 - x^2 + 7$?

**2** Wie viele Nullstellen kann eine Polynomfunktion 4. Grades höchstens haben?

**3** Bestimme die Nullstellen von $f(x) = x^3 - 4x$.

**4** Wie verläuft $f(x) = -3x^4 + x$ für sehr große |x|?

**5** Wie viele Extremstellen hat eine Polynomfunktion 3. Grades höchstens?

## Kurz-Check: Kreuze die richtige Antwort an.

1. Was ist der Grad von $f(x) = 3x^2 - x^4 + 2$?

- ☐ a) 2
- ☐ b) 3
- ☐ c) 4
- ☐ d) 1

2. Wie viele Nullstellen hat ein Polynom 3. Grades höchstens?

- ☐ a) 2
- ☐ b) 3
- ☐ c) 4

3. Welche Nullstellen hat $f(x) = (x - 2) \cdot (x + 5)$?

- ☐ a) 2 und 5
- ☐ b) −2 und 5
- ☐ c) 2 und −5

4. Wie heißt eine Polynomfunktion 2. Grades?

- ☐ a) lineare Funktion
- ☐ b) quadratische Funktion
- ☐ c) kubische Funktion

5. Welche Aussage beschreibt einen typischen Fehler?

- ☐ a) Den Grad an der ersten statt an der höchsten Hochzahl ablesen.
- ☐ b) Grad 1: lineare Funktion (Gerade)
- ☐ c) Grad 2: quadratische Funktion (Parabel)

6. Was ist ein typischer Fehler bei diesem Thema?

- ☐ a) Glauben, eine Funktion n-ten Grades habe immer genau n Nullstellen.
- ☐ b) Grad 3: kubische Funktion
- ☐ c) Grad 1: lineare Funktion (Gerade)

# Lösungen: Polynomfunktion n-ten Grades, Polynomfunktion n-ter Ordnung

Zuerst selbst rechnen – dann vergleichen. Jeder Schritt ist erklärt.

**1** **Welchen Grad hat die Funktion f(x) = 4x⁵ − x² + 7?**
**Welchen Grad hat $f(x) = 4x^5 - x^2 + 7$?**

- Gegeben: $f(x) = 4x^5 - x^2 + 7$. Gesucht: der Grad.
- Der Grad einer Polynomfunktion ist die höchste Hochzahl von x, die mit einem Koeffizienten ≠ 0 vorkommt.
- Hochzahlen der Reihe nach: 4x⁵ → 5, −x² → 2, $7 = 7 \cdot x^0 \rightarrow 0$.
- Die größte davon ist 5.
- Der Koeffizient 4 vor x⁵ heißt Leitkoeffizient – er bestimmt mit dem Grad den Verlauf im Unendlichen.

Ergebnis: Grad 5

**2** **Wie viele Nullstellen kann eine Polynomfunktion 4. Grades höchstens haben?**

- Frage: Wie viele Nullstellen kann eine Polynomfunktion 4. Grades höchstens haben?
- Eine Nullstelle $x_0$ bedeutet: Man kann den Linearfaktor $(x - x_0)$ herausheben.
- Ein Polynom 4. Grades lässt sich in höchstens 4 solche Linearfaktoren zerlegen.
- Beispiel mit genau 4 Nullstellen: $(x+2)(x+1)(x-1)(x-2)$.
- Es können aber auch weniger sein (z. B. $x^4 + 1$ hat gar keine).

Ergebnis: höchstens 4

**3** **Bestimme die Nullstellen von $f(x) = x^3 - 4x$.**

- Gegeben: $f(x) = x^3 - 4x$. Gesucht: Nullstellen.
- Ansatz: $f(x) = 0 \rightarrow x^3 - 4x = 0$.
- Gemeinsamen Faktor x herausheben: $x \cdot (x^2 - 4) = 0$.
- Produkt-Null-Satz: Ein Produkt ist 0, wenn ein Faktor 0 ist $\rightarrow x = 0$ oder $x^2 - 4 = 0$.
- $x^2 = 4 \rightarrow x = 2$ oder $x = -2$.
- Probe: $f(2) = 8 - 8 = 0$ ✓.

Ergebnis: $x \cdot (x^2 - 4) = 0 \rightarrow x = 0,\ x = 2,\ x = -2$

**4** **Wie verläuft $f(x) = -3x^4 + x$ für sehr große |x|?**

- Gegeben: $f(x) = -3x^4 + x$. Gesucht: Verlauf für sehr große |x|.
- Für große |x| bestimmt nur der Term mit der höchsten Hochzahl den Verlauf: $-3x^4$.
- Der Grad 4 ist gerade: $x^4$ ist für positive und negative x positiv – beide Enden zeigen in dieselbe Richtung.
- Der Leitkoeffizient −3 ist negativ und dreht das Ganze um.
- Beide Enden gehen also nach unten: für $x \to +\infty$ und $x \to -\infty$ gilt $f(x) \to -\infty$.

Ergebnis: Gerader Grad, negativer Leitkoeffizient: beide Enden gehen nach unten ($-\infty$).

**5** **Wie viele Extremstellen hat eine Polynomfunktion 3. Grades höchstens?**

- Frage: Wie viele Extremstellen hat eine Polynomfunktion 3. Grades höchstens?
- Extremstellen findet man über $f'(x) = 0$.
- Die Ableitung einer Funktion 3. Grades hat Grad 2.
- Eine quadratische Gleichung hat höchstens 2 Lösungen.
- Also gibt es höchstens 2 Extremstellen (z. B. ein Hoch- und ein Tiefpunkt) – oder gar keine (z. B. $x^3$).

Ergebnis: höchstens 2

## Kurz-Check

1. c) 4 – Die höchste Hochzahl ist 4.
2. b) 3 – Höchstens 3.
3. c) 2 und −5 – 2 und minus 5.
4. b) quadratische Funktion – Quadratische Funktion.
5. a) Den Grad an der ersten statt an der höchsten Hochzahl ablesen. – Falsch ist: Den Grad an der ersten statt an der höchsten Hochzahl ablesen. Die anderen beiden Aussagen sind richtig.
6. a) Glauben, eine Funktion n-ten Grades habe immer genau n Nullstellen.

Noch unsicher? Auf www.team-plus.at/mathematik/polynomfunktion.html erklärt dir Max das Thema Schritt für Schritt – kostenlos. Persönliche Nachhilfe: 01/503 94 10.

QR Code ist eine eingetragene Marke der DENSO WAVE INCORPORATED in Japan und anderen Ländern.