Arbeitsblatt: momentane Änderungsrate

4 Aufgaben mit Rechenfeldern und Kurz-Check – mit ausführlichen Lösungen

Mit Max üben

Name: _____ Klasse: _____ Datum: _____

1 Wie groß ist die momentane Änderungsrate von f(x) = x³ an der Stelle 2?
$f(x) = x^3$. Momentane Änderungsrate bei $x = 2$?

2 Wir berechnen die Ableitung von f(x) = 4x² − 3x an der Stelle 1.
$f(x) = 4x^2 - 3x$. f′(1)?

3 Die Kostenfunktion ist K(x) = 0,01x² + 2x + 100. Wie hoch sind die Grenzkosten bei 50 Stück?
$K(x) = 0{,}01x^2 + 2x + 100$. Grenzkosten bei $x = 50$?

4 Welche Steigung hat die Tangente $an f(x) = 5x + 1$?

Kurz-Check: Kreuze die richtige Antwort an.

1. Die momentane Änderungsrate ist die Steigung der …

☐ a) Sekante ☐ b) Tangente

2. Ableitung von x^2?

☐ a) x ☐ b) 2x
☐ c) 2

3. $f(x) = 3x^2$: f′(2)?

☐ a) 6 ☐ b) 12
☐ c) 3

4. $f(x) = x^2$: Wie groß ist f′(0)?

☐ a) 1 ☐ b) 0
☐ c) 2

5. Momentane Änderungsrate des Weges heißt …

☐ a) Durchschnittsgeschwindigkeit ☐ b) Beschleunigung
☐ c) Momentangeschwindigkeit

6. Welche Rechnung liefert die momentane Änderungsrate?

☐ a) der Differenzenquotient ☐ b) die Ableitung
☐ c) das Integral

Lösungen: momentane Änderungsrate

Zuerst selbst rechnen – dann vergleichen. Jeder Schritt ist erklärt.

1 **Wie groß ist die momentane Änderungsrate von f(x) = x³ an der Stelle 2?**
$f(x) = x^3$**. Momentane Änderungsrate bei** $x = 2$**?**

- Gegeben: $f(x) = x^3$. Gesucht: momentane Änderungsrate bei $x = 2$.
- Momentane Änderungsrate = Ableitung an der Stelle = Steigung der Tangente.
- Potenzregel: $(x^n)' = n \cdot x^{n-1} \;\rightarrow\; f'(x) = 3x^2$.
- Einsetzen: $f'(2) = 3 \cdot 2^2 = 3 \cdot 4$.
- $= 12$.
- Zum Vergleich: Die mittlere Rate auf [2; 2,1] ist $\frac{9{,}261 - 8}{0{,}1} = 12{,}61$ – nahe bei 12 ✓.

Ergebnis: $f'(x) = 3x^2 \;\rightarrow\; 12$

2 **Wir berechnen die Ableitung von f(x) = 4x² − 3x an der Stelle 1.**
$f(x) = 4x^2 - 3x$**. f′(1)?**

- Gegeben: $f(x) = 4x^2 - 3x$. Gesucht: f′(1).
- Gliedweise ableiten: $(4x^2)' = 8x$, $(-3x)' = -3$.
- $f'(x) = 8x - 3$.
- $f'(1) = 8 - 3$.
- = 5.

Ergebnis: $f'(x) = 8x - 3 \;\rightarrow\; 5$

3 **Die Kostenfunktion ist K(x) = 0,01x² + 2x + 100. Wie hoch sind die Grenzkosten bei 50 Stück?**
$K(x) = 0{,}01x^2 + 2x + 100$**. Grenzkosten bei** $x = 50$**?**

- Gegeben: $K(x) = 0{,}01x^2 + 2x + 100$. Gesucht: Grenzkosten bei $x = 50$.
- Grenzkosten = Ableitung der Kostenfunktion (Kosten für eine zusätzliche Einheit).
- $K'(x) = 0{,}02x + 2$ (die Fixkosten 100 fallen beim Ableiten weg).
- $K'(50) = 0{,}02 \cdot 50 + 2 = 1 + 2$.
- = 3.
- Deutung: Bei 50 Stück kostet ein weiteres Stück ungefähr 3 GE.

Ergebnis: $K'(x) = 0{,}02x + 2 \;\rightarrow\; 3$

4 **Welche Steigung hat die Tangente** $an f(x) = 5x + 1$**?**

- Gegeben: $f(x) = 5x + 1$. Gesucht: Steigung der Tangente.
- Bei einer Geraden ist die Tangente an jeder Stelle die Gerade selbst.
- $f'(x) = 5$ – unabhängig von x.
- Momentane und mittlere Änderungsrate stimmen überall überein.

Ergebnis: überall 5

Kurz-Check

1. b) Tangente – Tangente.
2. b) 2x – 2x.
3. b) 12 – 6x, also 12.
4. b) 0 – f Strich von x ist 2x, bei 0 also 0.
5. c) Momentangeschwindigkeit – Die Ableitung des Weges ist die Geschwindigkeit.
6. b) die Ableitung – Der Differenzialquotient ist die Ableitung.

Noch unsicher? Auf www.team-plus.at/mathematik/momentane-aenderungsrate.html erklärt dir Max das Thema Schritt für Schritt – kostenlos. Persönliche Nachhilfe: 01/503 94 10.

QR Code ist eine eingetragene Marke der DENSO WAVE INCORPORATED in Japan und anderen Ländern.