Arbeitsblatt: Laufzeit

4 Aufgaben mit Rechenfeldern und Kurz-Check – mit ausführlichen Lösungen

Name: _____ Klasse: _____ Datum: _____

Mit Max üben

1 Wann wird aus 2 000 € bei 3 % ein Betrag von 2 500 €?

2 Wie lange dauert es bei 6 Prozent, bis sich ein Kapital verdoppelt?
Verdopplungszeit bei 6 %?

3 Was sagt die Faustregel für die Verdopplungszeit bei 8 Prozent?
Faustregel für 8 %?

4 Warum rundet man bei jährlicher Verzinsung auf?

Kurz-Check: Kreuze die richtige Antwort an.

1. Formel für die Laufzeit?

☐ a) $n = \frac{Kn}{K0} \cdot q$

☐ b) $n = \frac{\ln\left(\frac{Kn}{K0}\right)}{\ln q}$

☐ c) $n = \frac{q}{\ln K0}$

2. Verdopplungszeit bei 9 % nach der 72er-Regel?

☐ a) 6

☐ b) 8

☐ c) 9

3. Ergebnis 4,2 Jahre bei jährlicher Gutschrift – wie viele Jahre?

☐ a) 4

☐ b) 5

4. Welche Rechenart braucht man, um n zu berechnen?

☐ a) Wurzel

☐ b) Ableitung

☐ c) Logarithmus

5. Verdopplung bei 2 %? (Faustregel 72)

☐ a) 24 Jahre

☐ b) 50 Jahre

☐ c) 36 Jahre

6. Verkürzt ein höherer Zinssatz die Laufzeit?

☐ a) nein

☐ b) ja

Lösungen: Laufzeit

Zuerst selbst rechnen – dann vergleichen. Jeder Schritt ist erklärt.

1 Wann wird aus 2 000 € bei 3 % ein Betrag von 2 500 €?

- Gegeben: 2000 € bei 3 %, Ziel 2500 €. Gesucht: Laufzeit.
- Ansatz: $2000 \cdot 1{,}03^n = 2500 \;\rightarrow\; 1{,}03^n = 1{,}25$.
- Logarithmieren: $n \cdot \ln 1{,}03 = \ln 1{,}25$.
- $n = \dfrac{\ln 1{,}25}{\ln 1{,}03} \approx \dfrac{0{,}2231}{0{,}02956} \approx 7{,}55$.
- Zinsen gibt es nur am Jahresende → aufrunden.

Ergebnis: $\dfrac{\ln 1{,}25}{\ln 1{,}03} \approx 7{,}55 \;\rightarrow\; 8$ Jahre

2 Wie lange dauert es bei 6 Prozent, bis sich ein Kapital verdoppelt? Verdopplungszeit bei 6 %?

- Gesucht: Verdopplungszeit bei 6 %.
- $1{,}06^n = 2$ (Startkapital kürzt sich).
- $n = \dfrac{\ln 2}{\ln 1{,}06}$.
- $\approx \dfrac{0{,}6931}{0{,}05827} \approx 11{,}9$.

Ergebnis: $\dfrac{\ln 2}{\ln 1{,}06} \approx 11{,}9$ Jahre

3 Was sagt die Faustregel für die Verdopplungszeit bei 8 Prozent? Faustregel für 8 %?

- Gesucht: Verdopplungszeit bei 8 % mit der Faustregel.
- 72er-Regel: Verdopplungszeit $\approx 72/$ Zinssatz in Prozent.
- $\dfrac{72}{8} = 9$.
- Kontrolle: $\dfrac{\ln 2}{\ln 1{,}08} \approx 9{,}01$ ✓.

Ergebnis: $\dfrac{72}{8} = 9$ Jahre

4 **Warum rundet man bei jährlicher Verzinsung auf?**

- Frage: Warum rundet man bei jährlicher Verzinsung auf?
- Die Zinsen werden erst am Ende eines Jahres gutgeschrieben.
- Nach 7,55 Jahren ist das 8. Jahr noch nicht vorbei – das Konto zeigt noch den Stand nach 7 Jahren.
- Erst nach dem 8. Jahr ist das Ziel erreicht.

Ergebnis: Die Zinsen werden erst am Jahresende gutgeschrieben.

Kurz-Check

1. b) $n = \frac{\ln\left(\frac{Kn}{K0}\right)}{\ln q}$ – ln von Kn durch K0, durch ln q.
2. b) 8 – 72 durch 9 gleich 8.
3. b) 5 – Aufrunden auf 5.
4. c) Logarithmus – n steht im Exponenten.
5. c) 36 Jahre – 72 durch 2.
6. b) ja – Das Kapital wächst schneller.

Noch unsicher? Auf www.team-plus.at/mathematik/laufzeit.html erklärt dir Max das Thema Schritt für Schritt – kostenlos. Persönliche Nachhilfe: 01/503 94 10.

QR Code ist eine eingetragene Marke der DENSO WAVE INCORPORATED in Japan und anderen Ländern.