Arbeitsblatt: Kreissektor

5 Aufgaben mit Rechenfeldern und Kurz-Check – mit ausführlichen Lösungen

Mit Max üben

Name: _____ Klasse: _____ Datum: _____

1 Berechne die Fläche eines Kreissektors mit $r = 4\,\text{cm}$ und $\alpha = 135°$.

2 Ein Sektor hat die Fläche 50 cm² und den Radius 8 cm. Wie groß ist der Mittelpunktswinkel?

3 Ein Rasensprenger bewässert bis 12 m Entfernung einen Bereich von 120°. Wie groß ist die bewässerte Fläche?

4 Berechne den Umfang eines Viertelkreises mit $r = 5\,\text{cm}$.

5 Gegeben: $r = 3\,\text{cm}$, $\varphi = 1{,}2$ rad. Berechne die Sektorfläche.

Kurz-Check: Kreuze die richtige Antwort an.

1. Ein Kreissektor hat $r = 10\,\text{cm}$ und $\alpha = 90°$. Wie groß ist seine Fläche?

☐ a) $\approx 31{,}42\,\text{cm}^2$
☐ b) $\approx 78{,}54\,\text{cm}^2$
☐ c) $\approx 157{,}08\,\text{cm}^2$
☐ d) $\approx 314{,}16\,\text{cm}^2$

2. Bogen $b = 8\,\text{cm}$, Radius $r = 5\,\text{cm}$. Wie groß ist die Sektorfläche?

☐ a) 40 cm²
☐ b) 13 cm²
☐ c) 20 cm²
☐ d) 80 cm²

3. Woraus besteht der Umfang eines Kreissektors?

☐ a) nur aus dem Bogen
☐ b) aus zwei Radien und dem Bogen
☐ c) aus einem Radius und dem Bogen
☐ d) aus dem ganzen Kreisumfang

4. Welche Formel gilt im Bogenmaß?

☐ a) $A = r_2^2 \cdot \varphi$
☐ b) $A = \dfrac{r \cdot \varphi}{2}$
☐ c) $A = \dfrac{r^2 \cdot \varphi}{2}$
☐ d) $A = r \cdot \varphi$

5. Welcher Anteil des Kreises ist ein Sektor mit $\alpha = 72°$?

☐ a) ein Viertel
☐ b) ein Fünftel
☐ c) ein Sechstel

Lösungen: Kreissektor

Zuerst selbst rechnen – dann vergleichen. Jeder Schritt ist erklärt.

1 **Berechne die Fläche eines Kreissektors mit $r = 4\,\text{cm}$ und $\alpha = 135°$.**

- Gegeben: $r = 4\,\text{cm}$ und $\alpha = 135°$. Gesucht: Fläche A des Kreissektors.
- Idee: Der Sektor ist ein Teil der Kreisfläche – und zwar der Anteil $\frac{\alpha}{360°}$.
- Formel: $A = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{360°}$.
- Anteil berechnen: $\frac{135°}{360°} = \frac{3}{8}$ (gekürzt durch 45).
- Kreisfläche: $r^2 \cdot \pi = 16\pi$.
- Sektor: $A = 16\pi \cdot \frac{3}{8} = 6\pi$.

Ergebnis: $A = 16 \cdot \pi \cdot \frac{135°}{360°} = 6\pi \approx 18{,}85\,\text{cm}^2$

2 **Ein Sektor hat die Fläche 50 cm² und den Radius 8 cm. Wie groß ist der Mittelpunktswinkel?**

- Gegeben: $A = 50\,\text{cm}^2$ und $r = 8\,\text{cm}$. Gesucht: Mittelpunktswinkel α.
- Ausgangsformel: $A = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{360°}$.
- Nach α umformen: mal 360° und durch $r^2 \cdot \pi$ $\rightarrow$ $\alpha = \frac{360° \cdot A}{r^2 \cdot \pi}$.
- Nenner: $r^2 \cdot \pi = 64 \cdot 3{,}14159 \approx 201{,}06\,\text{cm}^2$.
- Zähler: $360 \cdot 50 = 18\,000$.
- $\alpha = \frac{18\,000}{201{,}06} \approx 89{,}52°$.
- Plausibel: 50 cm² ist knapp ein Viertel von 201 cm², und ein Viertel wären 90° ✓.

Ergebnis: $\alpha = \frac{360° \cdot 50}{64 \cdot \pi} \approx 89{,}52°$

3 **Ein Rasensprenger bewässert bis 12 m Entfernung einen Bereich von 120°. Wie groß ist die bewässerte Fläche?**

- Gegeben: Rasensprenger mit Reichweite 12 m, Drehwinkel 120°. Gesucht: bewässerte Fläche.
- Die bewässerte Fläche ist ein Kreissektor mit $r = 12\,\text{m}$ und $\alpha = 120^\circ$.
- Anteil am ganzen Kreis: $\frac{120^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{3}$.
- Ganze Kreisfläche: $12^2 \cdot \pi = 144\pi$.
- Ein Drittel davon: $\frac{144\pi}{3} = 48\pi$.
- $48 \cdot 3{,}14159 \approx 150{,}80$.

Ergebnis: $A = 144 \cdot \pi \cdot \frac{120^\circ}{360^\circ} = 48\pi \approx 150{,}80\,\text{m}^2$

4 **Berechne den Umfang eines Viertelkreises mit $r = 5\,\text{cm}$.**

- Gegeben: Viertelkreis mit $r = 5\,\text{cm}$. Gesucht: sein Umfang.
- Der Rand eines Sektors besteht aus dem Kreisbogen und zwei Radien.
- Bogenlänge: $b = \frac{2 \cdot r \cdot \pi \cdot \alpha}{360^\circ} = \frac{2 \cdot 5 \cdot \pi \cdot 90}{360} = \frac{10\pi}{4} = 2{,}5\pi$.
- $2{,}5 \cdot 3{,}14159 \approx 7{,}85\,\text{cm}$.
- Umfang: $u = r + r + b = 5 + 5 + 7{,}85$.
- Häufiger Fehler: die beiden Radien vergessen – dann hätte man nur den Bogen.

Ergebnis: $b = \frac{5\pi}{2} \approx 7{,}85\,\text{cm}$; $u = 2 \cdot 5 + 7{,}85 = 17{,}85\,\text{cm}$

5 **Gegeben: $r = 3\,\text{cm}$, $\varphi = 1{,}2$ rad. Berechne die Sektorfläche.**

- Gegeben: $r = 3\,\text{cm}$ und der Winkel im Bogenmaß $\varphi = 1{,}2$ rad. Gesucht: Sektorfläche A.
- Im Bogenmaß entspricht der Vollwinkel 2π. Der Anteil des Sektors ist also $\frac{\varphi}{2\pi}$.
- $A = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot \varphi}{2\pi} - \pi$ kürzt sich weg: $A = \frac{r^2 \cdot \varphi}{2}$.
- Einsetzen: $A = \frac{3^2 \cdot 1{,}2}{2} = \frac{9 \cdot 1{,}2}{2}$.
- Rechnen: $9 \cdot 1{,}2 = 10{,}8$; $\frac{10{,}8}{2} = 5{,}4$.

Ergebnis: $A = \frac{3^2 \cdot 1{,}2}{2} = 5{,}4\,\text{cm}^2$

Kurz-Check

1. b) $\approx 78{,}54\,\text{cm}^2$ – Es ist ein Viertelkreis: 100 mal π durch 4, ungefähr 78,54 cm².
2. c) 20 cm² – A gleich b mal r durch 2, also 8 mal 5 durch 2 gleich 20 cm².
3. b) aus zwei Radien und dem Bogen – Der Rand besteht aus zwei Radien und dem Bogen: u gleich 2r plus b.
4. c) $A = \frac{r^2 \cdot \varphi}{2}$ – Im Bogenmaß gilt A gleich r² mal φ durch 2.
5. b) ein Fünftel – 72 durch 360 ist ein Fünftel.

Noch unsicher? Auf www.team-plus.at/mathematik/kreissektor.html erklärt dir Max das Thema Schritt für Schritt – kostenlos. Persönliche Nachhilfe: 01/503 94 10.

QR Code ist eine eingetragene Marke der DENSO WAVE INCORPORATED in Japan und anderen Ländern.