Arbeitsblatt: Horizontalwinkel

5 Aufgaben mit Rechenfeldern und Kurz-Check – mit ausführlichen Lösungen

Mit Max üben

Name: _____ Klasse: _____ Datum: _____

1 Zwei Seiten sind 80 und 95 Meter lang und schließen einen Winkel von 58 Grad ein. Wie lang ist die dritte Seite c?
$a = 80\,\text{m}$, $b = 95\,\text{m}$, $\gamma = 58°$. Berechne c.

2 Zwei Ziele haben die Peilungen 30° und 310°. Wie groß ist der Horizontalwinkel dazwischen?

3 Ein dreieckiges Grundstück hat die Seiten 60 m und 45 m mit eingeschlossenem Winkel 72°. Berechne die Fläche.

4 $\text{SA} = 50\,\text{m}$, $\text{SB} = 70\,\text{m}$, $\text{AB} = 60\,\text{m}$. Wie groß ist der Horizontalwinkel in S?

5 Spielt beim Horizontalwinkel die Höhe der angepeilten Punkte eine Rolle?

Kurz-Check: Kreuze die richtige Antwort an.

1. In welcher Ebene misst man den Horizontalwinkel?

☐ a) in der lotrechten Ebene ☐ b) in der waagrechten Ebene
☐ c) in jeder schrägen Ebene

2. Welcher Satz hilft, die Entfernung c zu berechnen?

☐ a) Satz des Pythagoras immer ☐ b) Kosinussatz
☐ c) Strahlensatz ☐ d) Höhensatz

3. Peilungen 20° und 110°. Wie groß ist der Horizontalwinkel?

☐ a) 90° ☐ b) 130°
☐ c) 70° ☐ d) 110°

4. $a = b = 100\,\text{m}$ und $\gamma = 60^\circ$. Wie groß ist c?

☐ a) 50 m ☐ b) 100 m
☐ c) $\approx 141\,\text{m}$ ☐ d) $\approx 173\,\text{m}$

5. Welchen Winkel misst ein Theodolit beim Drehen um die senkrechte Achse?

☐ a) den Höhenwinkel ☐ b) den Horizontalwinkel
☐ c) den Neigungswinkel

Lösungen: Horizontalwinkel

Zuerst selbst rechnen – dann vergleichen. Jeder Schritt ist erklärt.

1 **Zwei Seiten sind 80 und 95 Meter lang und schließen einen Winkel von 58 Grad ein. Wie lang ist die dritte Seite c?**
$a = 80\,\text{m}$, $b = 95\,\text{m}$, $\gamma = 58°$. **Berechne c.**

- Gegeben: $a = 80\,\text{m}$, $b = 95\,\text{m}$ und der eingeschlossene Horizontalwinkel $\gamma = 58°$. Gesucht: c.
- Zwei Seiten und der Winkel dazwischen → Cosinussatz: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$.
- Quadrate: $a^2 = 6400$, $b^2 = 9025$, Summe 15 425.
- $2ab = 2 \cdot 80 \cdot 95 = 15\,200$; $\cos 58° \approx 0{,}5299 \;\rightarrow\; 15\,200 \cdot 0{,}5299 \approx 8054{,}7$.
- $c^2 \approx 15\,425 - 8054{,}7 = 7370{,}3$.
- $c = \sqrt{7370{,}3} \approx 85{,}85$.

Ergebnis: $c = \sqrt{6400 + 9025 - 15200 \cdot \cos 58°} \approx 85{,}85\,\text{m}$

2 **Zwei Ziele haben die Peilungen 30° und 310°. Wie groß ist der Horizontalwinkel dazwischen?**

- Gegeben: Peilungen 30° und 310°. Gesucht: Horizontalwinkel zwischen den Zielen.
- Peilungen werden von Norden aus im Uhrzeigersinn gemessen (0° bis 360°).
- 30° liegt 30° rechts von Norden.
- 310° liegt $360° - 310° = 50°$ links von Norden.
- Die beiden Richtungen liegen auf verschiedenen Seiten von Norden: $50° + 30° = 80°$.

Ergebnis: $360° - 310° + 30° = 80°$

3 **Ein dreieckiges Grundstück hat die Seiten 60 m und 45 m mit eingeschlossenem Winkel 72°. Berechne die Fläche.**

- Gegeben: Seiten 60 m und 45 m mit eingeschlossenem Winkel 72°. Gesucht: Fläche.
- Formel für zwei Seiten und den eingeschlossenen Winkel: $A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin\gamma$.
- Warum? $b \cdot \sin\gamma$ ist genau die Höhe auf die Seite a.
- Einsetzen: $A = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 45 \cdot \sin 72° = 1350 \cdot \sin 72°$.
- $\sin 72° \approx 0{,}9511 \;\rightarrow\; A \approx 1350 \cdot 0{,}9511 \approx 1283{,}93$.

Ergebnis: $A = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 45 \cdot \sin 72° \approx 1\,283{,}93\,\text{m}^2$

4 $\mathrm{SA} = 50\,\mathrm{m}$, $\mathrm{SB} = 70\,\mathrm{m}$, $\mathrm{AB} = 60\,\mathrm{m}$. **Wie groß ist der Horizontalwinkel in S?**

- Gegeben: $\mathrm{SA} = 50\,\mathrm{m}$, $\mathrm{SB} = 70\,\mathrm{m}$, $\mathrm{AB} = 60\,\mathrm{m}$. Gesucht: Horizontalwinkel γ in S.
- Alle drei Seiten sind bekannt → Cosinussatz nach dem Winkel umformen: $\cos\gamma = \dfrac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$.
- Die Seite gegenüber von S ist $\mathrm{AB} = 60\,\mathrm{m}$, also $c = 60$.
- Zähler: $50^2 + 70^2 - 60^2 = 2500 + 4900 - 3600 = 3800$.
- Nenner: $2 \cdot 50 \cdot 70 = 7000 \;\rightarrow\; \cos\gamma = \dfrac{3800}{7000} \approx 0{,}5429$.
- γ = arccos $0{,}5429 \approx 57{,}12^\circ$.

Ergebnis: $\cos\gamma = \dfrac{2500 + 4900 - 3600}{7000} \approx 0{,}5429 \;\rightarrow\; \gamma \approx 57{,}12^\circ$

5 **Spielt beim Horizontalwinkel die Höhe der angepeilten Punkte eine Rolle?**

- Frage: Spielt die Höhe der angepeilten Punkte beim Horizontalwinkel eine Rolle?
- Der Horizontalwinkel wird in der waagrechten Ebene gemessen – also im Grundriss, von oben gesehen.
- Stellt man sich alle Punkte senkrecht auf den Boden projiziert vor, ändert sich der Horizontalwinkel nicht.
- Die Höhe erfasst ein eigener Winkel: der Höhenwinkel (senkrechte Ebene).

Ergebnis: Nein – gemessen wird im Grundriss (waagrechte Ebene).

Kurz-Check

1. b) in der waagrechten Ebene – In der waagrechten Ebene, also im Grundriss.
2. b) Kosinussatz – Der Kosinussatz: c² gleich a² plus b² minus 2ab mal cos γ.
3. a) 90° – 110° minus 20° sind 90°.
4. b) 100 m – Ein gleichseitiges Dreieck: c gleich 100 m.
5. b) den Horizontalwinkel – Der Horizontalwinkel liegt in der waagrechten Ebene.

Noch unsicher? Auf www.team-plus.at/mathematik/horizontalwinkel.html erklärt dir Max das Thema Schritt für Schritt – kostenlos. Persönliche Nachhilfe: 01/503 94 10.

QR Code ist eine eingetragene Marke der DENSO WAVE INCORPORATED in Japan und anderen Ländern.