Arbeitsblatt: Wendepunkt, Extrempunkt, Hochpunkt, Tiefpunkt: Punkt auf dem Graphen der Funktion

Mit Max üben

4 Aufgaben mit Rechenfeldern und Kurz-Check – mit ausführlichen Lösungen

Name: _____ Klasse: _____ Datum: _____

1 Wo liegt der Tiefpunkt von f(x) = x² − 6x + 1?
Tiefpunkt von $f(x) = x^2 - 6x + 1$?

2 Wo liegen die Extrempunkte von f(x) = x³ − 12x?
Extrempunkte von $f(x) = x^3 - 12x$?

3 Wo liegt der Wendepunkt von f(x) = x³ − 6x² + 4?
Wendepunkt von $f(x) = x^3 - 6x^2 + 4$?

4 Hat eine Parabel einen Wendepunkt?

Kurz-Check: Kreuze die richtige Antwort an.

1. Ein Hochpunkt hat …

☐ a) $f'' > 0$ ☐ b) $f'' < 0$

2. Was gehört zu einem Punkt?

☐ a) nur x ☐ b) nur y
☐ c) x und y

3. Wendepunkt von x^3?

☐ a) (0 | 0) ☐ b) (1 | 1)
☐ c) keiner

4. Wie viele Koordinaten braucht man für einen Hochpunkt?

☐ a) eine ☐ b) zwei (x und y)
☐ c) drei

5. Welche Aussage beschreibt einen typischen Fehler?

☐ a) Nur die Stelle statt des Punktes angeben.
☐ b) Stelle → x-Wert (auf der x-Achse)
☐ c) Wert → y-Wert (auf der y-Achse)

6. Was ist ein typischer Fehler bei diesem Thema?

☐ a) Punkt → beides: (x | y) auf dem Graphen
☐ b) x- und y-Koordinate vertauschen.
☐ c) Stelle → x-Wert (auf der x-Achse)

Lösungen: Wendepunkt, Extrempunkt, Hochpunkt, Tiefpunkt: Punkt auf dem Graphen der Funktion

Zuerst selbst rechnen – dann vergleichen. Jeder Schritt ist erklärt.

1 **Wo liegt der Tiefpunkt von f(x) = x² − 6x + 1?**
Tiefpunkt von $f(x) = x^2 - 6x + 1$?

- Gegeben: $f(x) = x^2 - 6x + 1$. Gesucht: Tiefpunkt.
- Ein Punkt braucht Stelle und Wert: T(x | f(x)).
- Stelle: $f'(x) = 2x - 6 = 0 \;\rightarrow\; x = 3$.
- Wert: $f(3) = -8$.
- Art: $f'' = 2 > 0 \;\rightarrow\;$ Tiefpunkt.

Ergebnis: T(3 | −8)

2 **Wo liegen die Extrempunkte von f(x) = x³ − 12x?**
Extrempunkte von $f(x) = x^3 - 12x$?

- Gegeben: $f(x) = x^3 - 12x$. Gesucht: Extrempunkte.
- $f'(x) = 3x^2 - 12 = 0 \;\rightarrow\; x = -2$ oder $x = 2$.
- Werte: $f(-2) = 16$, $f(2) = -16$.
- $f''(x) = 6x$: bei −2 negativ → Hochpunkt, bei 2 positiv → Tiefpunkt.
- Kontrolle: Die Funktion ist ungerade – H und T liegen punktsymmetrisch zum Ursprung ✓.

Ergebnis: H(−2 | 16), T(2 | −16)

3 **Wo liegt der Wendepunkt von f(x) = x³ − 6x² + 4?**
Wendepunkt von $f(x) = x^3 - 6x^2 + 4$?

- Gegeben: $f(x) = x^3 - 6x^2 + 4$. Gesucht: Wendepunkt.
- $f''(x) = 6x - 12 = 0 \;\rightarrow\; x = 2$.
- Wert: $f(2) = 8 - 24 + 4 = -12$.
- $f''' = 6 \neq 0 \;\rightarrow\;$ echter Wendepunkt.

Ergebnis: $x = 2$, $f(2) = -12 \;\rightarrow\; W(2 \mid -12)$

4 **Hat eine Parabel einen Wendepunkt?**

- Frage: Hat eine Parabel einen Wendepunkt?
- Parabel: $f(x) = ax^2 + bx + c$ mit $a \neq 0$.
- $f''(x) = 2a$ – eine Konstante, nie 0.
- Die Krümmung wechselt also nie: entweder immer links$-(a > 0)$ oder immer rechtsgekrümmt (a < 0).

> Ergebnis: Nein, f″ ist konstant ≠ 0.

Kurz-Check

1. b) $f'' < 0$ – f zwei Strich kleiner 0.
2. c) x und y – x und y.
3. a) (0 | 0) – Bei 0 | 0.
4. b) zwei (x und y) – Ein Punkt hat x- und y-Koordinate.
5. a) Nur die Stelle statt des Punktes angeben. – Falsch ist: Nur die Stelle statt des Punktes angeben. Die anderen beiden Aussagen sind richtig.
6. b) x- und y-Koordinate vertauschen. – Falsch ist: x- und y-Koordinate vertauschen. Die anderen beiden Aussagen sind richtig.

Noch unsicher? Auf www.team-plus.at/mathematik/hochpunkt-tiefpunkt-wendepunkt.html erklärt dir Max das Thema Schritt für Schritt – kostenlos. Persönliche Nachhilfe: 01/503 94 10.

QR Code ist eine eingetragene Marke der DENSO WAVE INCORPORATED in Japan und anderen Ländern.