Arbeitsblatt: Gewinngrenzen, Gewinnbereich

4 Aufgaben mit Rechenfeldern und Kurz-Check – mit ausführlichen Lösungen

Mit Max üben

Name: _____ Klasse: _____ Datum: _____

1 Der Erlös ist 12x, die Kosten sind 4x + 2000. Wo liegt die Gewinnschwelle?
$E(x) = 12x$, $K(x) = 4x + 2\,000$. Gewinnschwelle?

2 Der Gewinn ist G(x) = −x² + 50x − 400. In welchem Bereich macht man Gewinn?
$G(x) = -x^2 + 50x - 400$. Gewinnbereich?

3 Wie groß ist dabei der maximale Gewinn?
Dazu: maximaler Gewinn?

4 Was bedeutet es, wenn der Gewinn kleiner als null ist?
Was bedeutet $G(x) < 0$?

Kurz-Check: Kreuze die richtige Antwort an.

1. An der Gewinnschwelle ist der Gewinn …

☐ a) maximal ☐ b) null
☐ c) negativ

2. Was ist der Break-even-Point?

☐ a) Gewinnschwelle ☐ b) Gewinnmaximum

3. Was ist die Gewinnschwelle?

☐ a) der maximale Gewinn ☐ b) die Fixkosten
☐ c) der Break-even-Point

4. $G(x) = 5x - 300$: Gewinnschwelle?

☐ a) $x = 60$ ☐ b) $x = 300$
☐ c) $x = 5$

5. Zwischen den Gewinngrenzen ist G(x) …

☐ a) negativ ☐ b) null
☐ c) positiv

6. Bei welcher Bedingung liegt das Gewinnmaximum?

☐ a) $G(x) = 0$ ☐ b) $K(x) = 0$
☐ c) $G'(x) = 0$

Lösungen: Gewinngrenzen, Gewinnbereich

Zuerst selbst rechnen – dann vergleichen. Jeder Schritt ist erklärt.

1 **Der Erlös ist 12x, die Kosten sind 4x + 2000. Wo liegt die Gewinnschwelle?**
$E(x) = 12x$**,** $K(x) = 4x + 2\,000$**. Gewinnschwelle?**

- Gegeben: $E(x) = 12x$, $K(x) = 4x + 2000$. Gesucht: Gewinnschwelle.
- Gewinn: $G(x) = E(x) - K(x) = 12x - 4x - 2000 = 8x - 2000$.
- Gewinnschwelle = Break-even: $G(x) = 0$ (Erlös = Kosten).
- $8x - 2000 = 0 \;\rightarrow\; 8x = 2000$.
- $x = 250$.
- Ab 251 Stück wird Gewinn gemacht.

Ergebnis: $8x = 2000 \;\rightarrow\; x = 250$

2 **Der Gewinn ist G(x) = −x² + 50x − 400. In welchem Bereich macht man Gewinn?**
$G(x) = -x^2 + 50x - 400$**. Gewinnbereich?**

- Gegeben: $G(x) = -x^2 + 50x - 400$. Gesucht: Gewinnbereich.
- Gewinngrenzen sind die Nullstellen: $-x^2 + 50x - 400 = 0$.
- Mit −1 multiplizieren: $x^2 - 50x + 400 = 0$.
- Lösungsformel: $x = 25 \pm \sqrt{625 - 400} = 25 \pm 15$.
- $x_1 = 10$ (Gewinnschwelle), $x_2 = 40$ (Gewinngrenze).

Ergebnis: $x^2 - 50x + 400 = 0 \;\rightarrow\; x = 10$ und 40

3 **Wie groß ist dabei der maximale Gewinn?**
Dazu: maximaler Gewinn?

- Gesucht: maximaler Gewinn $zuG(x) = -x^2 + 50x - 400$.
- Nach unten offene Parabel → Maximum im Scheitel.
- Scheitel liegt mittig zwischen den Nullstellen: (10 + 40) / 2 = 25 (oder $G'(x) = -2x + 50 = 0$).
- $G(25) = -625 + 1250 - 400 = 225$.

Ergebnis: $x = 25$; $G(25) = 225$

4 **Was bedeutet es, wenn der Gewinn kleiner als null ist?**
Was bedeutet $G(x) < 0$?

- Frage: Was bedeutet G(x) < 0?
- $G(x) = E(x) - K(x)$.
- G(x) < 0 heißt E(x) < K(x).
- Der Erlös reicht nicht, um die Kosten zu decken.

Ergebnis: Verlust – die Kosten sind höher als der Erlös.

Kurz-Check

1. b) null – Null.
2. a) Gewinnschwelle – Die Gewinnschwelle.
3. c) der Break-even-Point – Ab dort beginnt der Gewinn.
4. a) $x = 60$ – 5x gleich 300.
5. c) positiv – Dort liegt der Gewinnbereich.
6. c) $G'(x) = 0$ – Extremstelle der Gewinnfunktion.

Noch unsicher? Auf www.team-plus.at/mathematik/gewinngrenzen-gewinnbereich.html erklärt dir Max das Thema Schritt für Schritt – kostenlos. Persönliche Nachhilfe: 01/503 94 10.

QR Code ist eine eingetragene Marke der DENSO WAVE INCORPORATED in Japan und anderen Ländern.