Arbeitsblatt: Fußpunkt

5 Aufgaben mit Rechenfeldern und Kurz-Check – mit ausführlichen Lösungen

Name: _____ Klasse: _____ Datum: _____

Mit Max üben

1 Gegeben sind der Punkt P(4 | 6) und eine Gerade durch den Ursprung mit Richtung (1 | 1). Wo liegt der Fußpunkt des Lotes, und wie groß ist der Abstand?
P(4 | 6), g: $X = (0\,|\,0) + t \cdot (1\,|\,1)$. Fußpunkt und Abstand?

2 Wo liegt der Fußpunkt des Lotes von P(3 | 5) auf die x-Achse? Wie groß ist der Abstand?

3 Rechtwinkeliges Dreieck: $p = 4\,\text{cm}$, $q = 9\,\text{cm}$. Wie lang ist die Höhe?

4 Gegeben sind der Punkt P(6 | 7) und die Gerade durch (1 | 2) mit Richtung (2 | −1). Wo liegt der Fußpunkt, und wie groß ist der Abstand?
P(6 | 7), g: $X = (1\,|\,2) + t \cdot (2\,|\,-1)$. Fußpunkt und Abstand?

5 Ein Dreieck hat die Seite $c = 10\,\text{cm}$ und die Höhe auf c von 6 cm. Wie groß ist die Fläche?

Kurz-Check: Kreuze die richtige Antwort an.

1. Was ist der Fußpunkt?

- ☐ a) ein beliebiger Punkt der Geraden
- ☐ b) der Schnittpunkt des Lotes mit der Geraden
- ☐ c) der Anfangspunkt A

2. Welche Bedingung erfüllt der Vektor FP?

- ☐ a) er ist parallel zu v
- ☐ b) er steht normal auf v
- ☐ c) er ist gleich v

3. P(2 | 9) – wo liegt der Fußpunkt auf der x-Achse?

- ☐ a) (0 | 9)
- ☐ b) (2 | 0)
- ☐ c) (9 | 2)
- ☐ d) (0 | 0)

4. $p = 2$, $q = 8im$ rechtwinkeligen Dreieck. Höhe?

- ☐ a) 4
- ☐ b) 10
- ☐ c) 16
- ☐ d) 5

5. Der kürzeste Abstand eines Punktes zu einer Geraden wird gemessen …

- ☐ a) parallel zur Geraden
- ☐ b) entlang des Lotes
- ☐ c) zum Ursprung

Lösungen: Fußpunkt

Zuerst selbst rechnen – dann vergleichen. Jeder Schritt ist erklärt.

1 **Gegeben sind der Punkt P(4 | 6) und eine Gerade durch den Ursprung mit Richtung (1 | 1). Wo liegt der Fußpunkt des Lotes, und wie groß ist der Abstand?**
P(4 | 6), g: $X = (0\,|\,0) + t \cdot (1\,|\,1)$. Fußpunkt und Abstand?

- Gegeben: P(4 | 6), Gerade g: $X = (0\,|\,0) + t \cdot (1\,|\,1)$. Gesucht: Fußpunkt F des Lotes und Abstand.
- F liegt auf g, also $F = (t\,|\,t)$ für ein bestimmtes t.
- Bedingung für das Lot: Der Vektor PF steht normal auf den Richtungsvektor (1 | 1).
- $\mathrm{PF} = F - P = (t-4\,|\,t-6)$. Skalarprodukt mit (1 | 1): $(t-4) + (t-6) = 2t - 10$.
- $2t - 10 = 0 \;\rightarrow\; t = 5 \;\rightarrow\; F(5\,|\,5)$.
- Abstand = Länge von $\mathrm{PF} = |(1\,|\,-1)| = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} \approx 1{,}41$.

Ergebnis: $t = \dfrac{10}{2} = 5 \;\rightarrow\; F(5\,|\,5)$; $d = \sqrt{2} \approx 1{,}41$

2 **Wo liegt der Fußpunkt des Lotes von P(3 | 5) auf die x-Achse? Wie groß ist der Abstand?**

- Gegeben: P(3 | 5). Gesucht: Fußpunkt des Lotes auf die x-Achse und Abstand.
- Das Lot auf die x-Achse geht senkrecht nach unten.
- Dabei ändert sich nur die y-Koordinate, die x-Koordinate bleibt 3.
- Auf der x-Achse ist $y = 0 \;\rightarrow\; F(3\,|\,0)$.
- Abstand = Länge der senkrechten Strecke $= 5 - 0 = 5$.

Ergebnis: F(3 | 0), $d = 5$

3 **Rechtwinkeliges Dreieck: $p = 4\,\mathrm{cm}$, $q = 9\,\mathrm{cm}$. Wie lang ist die Höhe?**

- Gegeben: rechtwinkeliges Dreieck mit Hypotenusenabschnitten $p = 4\,\mathrm{cm}$ und $q = 9\,\mathrm{cm}$. Gesucht: Höhe h.
- Die Höhe auf die Hypotenuse teilt sie im Fußpunkt H in die Abschnitte p und q.
- Höhensatz: $h^2 = p \cdot q$ (die beiden Teildreiecke sind ähnlich).
- Einsetzen: $h^2 = 4 \cdot 9 = 36$.
- Wurzel: $h = 6$.

Ergebnis: $h = \sqrt{36} = 6\,\mathrm{cm}$

4 **Gegeben sind der Punkt P(6 | 7) und die Gerade durch (1 | 2) mit Richtung (2 | −1). Wo liegt der Fußpunkt, und wie groß ist der Abstand?**
P(6 | 7), g: $X = (1\,|\,2) + t \cdot (2\,|\,-1)$. Fußpunkt und Abstand?

- Gegeben: P(6 | 7), g: $X = (1\,|\,2) + t \cdot (2\,|\,-1)$. Gesucht: Fußpunkt F und Abstand.
- Allgemeiner Punkt auf g: $F = (1 + 2t\,|\,2 - t)$.
- $\mathrm{PF} = F - P = (2t - 5\,|\,-t - 5)$.
- Lotbedingung: $\mathrm{PF} \cdot (2\,|\,-1) = 0 \;\rightarrow\; 2(2t - 5) - (-t - 5) = 4t - 10 + t + 5 = 5t - 5$.
- $5t - 5 = 0 \;\rightarrow\; t = 1 \;\rightarrow\; F(3\,|\,1)$.
- Abstand: $\mathrm{PF} = (-3\,|\,-6)$, $|\mathrm{PF}| = \sqrt{9 + 36} = \sqrt{45} \approx 6{,}71$.

Ergebnis: $\mathrm{AP} = (5\,|\,5)$; $t = \dfrac{10 - 5}{5} = 1 \;\rightarrow\; F(3\,|\,1)$; $d = \sqrt{9 + 36} \approx 6{,}71$

5 **Ein Dreieck hat die Seite $c = 10\,\mathrm{cm}$ und die Höhe auf c von 6 cm. Wie groß ist die Fläche?**

- Gegeben: Seite $c = 10\,\mathrm{cm}$, Höhe auf $c = 6\,\mathrm{cm}$. Gesucht: Fläche.
- Die Höhe geht vom gegenüberliegenden Eckpunkt zum Höhenfußpunkt auf c und steht senkrecht auf c.
- Flächenformel: $A = \dfrac{c \cdot h}{2}$.
- Einsetzen: $A = \dfrac{10 \cdot 6}{2}$.
- Rechnen: $\dfrac{60}{2} = 30$.

Ergebnis: $A = \dfrac{10 \cdot 6}{2} = 30\,\mathrm{cm}^2$

Kurz-Check

1. b) der Schnittpunkt des Lotes mit der Geraden – Der Schnittpunkt des Lotes mit der Geraden.
2. b) er steht normal auf v – Er steht normal auf v, das Skalarprodukt ist null.
3. b) (2 | 0) – Senkrecht hinunter: 2 | 0.
4. a) 4 – h² gleich 2 mal 8 gleich 16, also h gleich 4.
5. b) entlang des Lotes – Das Lot ist die kürzeste Verbindung.

Noch unsicher? Auf www.team-plus.at/mathematik/fusspunkt.html erklärt dir Max das Thema Schritt für Schritt – kostenlos. Persönliche Nachhilfe: 01/503 94 10.

QR Code ist eine eingetragene Marke der DENSO WAVE INCORPORATED in Japan und anderen Ländern.