Arbeitsblatt: Extremwerte, lokales/relatives Maximum, lokales/relatives Minimum: Wert auf der y-Achse

Mit Max üben

4 Aufgaben mit Rechenfeldern und Kurz-Check – mit ausführlichen Lösungen

Name: _____ Klasse: _____ Datum: _____

1 Wie groß ist das lokale Minimum von f(x) = x² − 6x + 1?
Lokales Minimum von $f(x) = x^2 - 6x + 1$?

2 Welche Extremwerte hat f(x) = x³ − 12x?
Extremwerte von $f(x) = x^3 - 12x$?

3 Die Höhe ist h(t) = −5t² + 20t. Wie hoch geht es höchstens?
$h(t) = -5t^2 + 20t$: maximale Höhe?

4 Ist das lokale Maximum von $x^3 - 3x$ auf $[-3; 3]$ auch global?

Kurz-Check: Kreuze die richtige Antwort an.

1. Der Extremwert ist ein …

☐ a) x-Wert ☐ b) y-Wert

2. Wo setzt man die Extremstelle ein?

☐ a) in f ☐ b) in f′
☐ c) in f″

3. Ist ein lokales Maximum immer der größte Wert?

☐ a) ja ☐ b) nein

4. Maximum von $f(x) = -x^2 + 6$?

☐ a) 6 ☐ b) 0
☐ c) −6

5. Minimum von $f(x) = (x - 2)^2 + 3$?

☐ a) 2 ☐ b) −3
☐ c) 3

6. Wo können globale Extrema auf [a; b] noch liegen?

☐ a) nur im Inneren ☐ b) an den Rändern a und b
☐ c) nur bei $x = 0$

Lösungen: Extremwerte, lokales/relatives Maximum, lokales/relatives Minimum: Wert auf der y-Achse

Zuerst selbst rechnen – dann vergleichen. Jeder Schritt ist erklärt.

1 **Wie groß ist das lokale Minimum von f(x) = x² − 6x + 1?**
Lokales Minimum von $f(x) = x^2 - 6x + 1$?

- Gegeben: $f(x) = x^2 - 6x + 1$. Gesucht: lokales Minimum (Wert).
- Zuerst die Stelle: $f'(x) = 2x - 6 = 0 \;\rightarrow\; x = 3$.
- Der Extremwert ist der y-Wert an dieser Stelle: f(3).
- $f(3) = 9 - 18 + 1 = -8$.
- $f'' = 2 > 0 \;\rightarrow\; es$ ist ein Minimum.

Ergebnis: $x = 3 \;\rightarrow\; f(3) = -8$

2 **Welche Extremwerte hat f(x) = x³ − 12x?**
Extremwerte von $f(x) = x^3 - 12x$?

- Gegeben: $f(x) = x^3 - 12x$. Gesucht: Extremwerte.
- Extremstellen: $f'(x) = 3x^2 - 12 = 0 \;\rightarrow\; x = \pm 2$.
- $f(-2) = -8 + 24 = 16$.
- $f(2) = 8 - 24 = -16$.
- Art: f″(−2) < 0 → Maximum, f″(2) > 0 → Minimum.

Ergebnis: $f(-2) = 16$ (Max.), $f(2) = -16$ (Min.)

3 **Die Höhe ist h(t) = −5t² + 20t. Wie hoch geht es höchstens?**
$h(t) = -5t^2 + 20t$: maximale Höhe?

- Gegeben: $h(t) = -5t^2 + 20t$. Gesucht: maximale Höhe.
- $h'(t) = -10t + 20 = 0 \;\rightarrow\; t = 2$.
- $h(2) = -20 + 40 = 20$.
- $h'' = -10 < 0$ → Maximum.

Ergebnis: $t = 2 \;\rightarrow\; h(2) = 20\,\mathrm{m}$

4 **Ist das lokale Maximum von $x^3 - 3x$ auf [−3; 3] auch global?**

- Gegeben: $f(x) = x^3 - 3x$ auf [−3; 3]. Frage: Ist das lokale Maximum auch global?
- Lokale Extremstellen: $f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \rightarrow x = \pm 1$; lokales Maximum $f(-1) = -1 + 3 = 2$.
- Global heißt: größter Wert auf dem ganzen Intervall – dazu auch die Ränder prüfen.
- $f(3) = 27 - 9 = 18$; $f(-3) = -18$.
- $18 > 2 \rightarrow$ der größte Wert liegt am Rand $x = 3$.

Ergebnis: Nein $-f(3) = 18$ ist größer.

Kurz-Check

1. b) y-Wert – Ein y-Wert.
2. a) in f – In f.
3. b) nein – Nein, nur in seiner Umgebung.
4. a) 6 – Scheitel bei x gleich 0 mit Wert 6.
5. c) 3 – Der Scheitel ist (2 | 3), der kleinste Wert ist 3.
6. b) an den Rändern a und b – Auf einem Intervall muss man die Ränder prüfen.

Noch unsicher? Auf www.team-plus.at/mathematik/extremwerte-maximum-minimum.html erklärt dir Max das Thema Schritt für Schritt – kostenlos. Persönliche Nachhilfe: 01/503 94 10.

QR Code ist eine eingetragene Marke der DENSO WAVE INCORPORATED in Japan und anderen Ländern.