Arbeitsblatt: Diskriminante

5 Aufgaben mit Rechenfeldern und Kurz-Check – mit ausführlichen Lösungen

Mit Max üben

Name: _____ Klasse: _____ Datum: _____

1 Löse $2x^2 - 3x - 5 = 0$ mithilfe der Diskriminante.

2 Wie viele Lösungen hat $x^2 - 6x + 9 = 0$?

3 Wie viele Lösungen hat $3x^2 + x + 2 = 0$?

4 Für welche k hat $x^2 + kx + 16 = 0$ genau eine Lösung?

5 Für welche c hat $x^2 - 4x + c = 0$ zwei Lösungen?

Kurz-Check: Kreuze die richtige Antwort an.

1. Wie lautet die Diskriminante von $ax^2 + bx + c = 0$?

☐ a) $b - 4ac$
☐ b) $b^2 - 4ac$
☐ c) $b^2 + 4ac$
☐ d) $4ac - b^2$

2. $D = 0$. Wie viele Lösungen gibt es?

☐ a) keine
☐ b) eine
☐ c) zwei

3. $x^2 + 2x + 5 = 0$: Wie groß ist D?

☐ a) −16
☐ b) 24
☐ c) −24
☐ d) 16

4. D < 0 – was macht die Parabel?

☐ a) schneidet die x-Achse zweimal
☐ b) berührt die x-Achse
☐ c) trifft die x-Achse nicht

5. $D = 25 > 0$. Die Parabel …

☐ a) berührt die x-Achse
☐ b) hat keine Nullstelle
☐ c) schneidet die x-Achse zweimal

6. Diskriminante von $x^2 - 4 = 0$?

☐ a) −16
☐ b) 16
☐ c) 4

Lösungen: Diskriminante

Zuerst selbst rechnen – dann vergleichen. Jeder Schritt ist erklärt.

1 Löse $2x^2 - 3x - 5 = 0$ mithilfe der Diskriminante.

- Gegeben: $2x^2 - 3x - 5 = 0$. Gesucht: Lösungen mithilfe der Diskriminante.
- Koeffizienten ablesen (Form $ax^2 + bx + c = 0$): $a = 2$, $b = -3$, $c = -5$.
- Diskriminante: $D = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5) = 9 + 40 = 49$.
- $D > 0 \;\rightarrow\;$ zwei verschiedene Lösungen. Außerdem ist $\sqrt{49} = 7$.
- Lösungsformel: $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \dfrac{3 \pm 7}{4}$.
- $x_1 = \dfrac{10}{4} = 2{,}5$ und $x_2 = -\dfrac{4}{4} = -1$.
- Probe für $x = -1$: $2 \cdot 1 + 3 - 5 = 0$ ✓.

Ergebnis: $D = 9 + 40 = 49 \;\rightarrow\; x = \dfrac{3 \pm 7}{4} \;\rightarrow\; 2{,}5$ und -1

2 Wie viele Lösungen hat $x^2 - 6x + 9 = 0$?

- Gegeben: $x^2 - 6x + 9 = 0$. Gesucht: Anzahl der Lösungen.
- $a = 1$, $b = -6$, $c = 9$.
- $D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 36 - 36 = 0$.
- $D = 0 \;\rightarrow\;$ genau eine (doppelte) Lösung: Der Scheitel der Parabel liegt auf der x-Achse.
- $x = -\dfrac{b}{2a} = \dfrac{6}{2} = 3$. (Auch: $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$.)

Ergebnis: $D = 36 - 36 = 0 \;\rightarrow\;$ eine: $x = 3$

3 Wie viele Lösungen hat $3x^2 + x + 2 = 0$?

- Gegeben: $3x^2 + x + 2 = 0$. Gesucht: Anzahl der Lösungen.
- $a = 3$, $b = 1$, $c = 2$.
- $D = 1^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 1 - 24 = -23$.
- D < 0: Die Wurzel aus einer negativen Zahl ist keine reelle Zahl.
- Bild dazu: Die Parabel liegt ganz oberhalb der x-Achse und schneidet sie nie.

Ergebnis: $D = 1 - 24 = -23 < 0 \;\rightarrow\;$ keine reelle

4 **Für welche k hat $x^2 + kx + 16 = 0$ genau eine Lösung?**

- Gegeben: $x^2 + kx + 16 = 0$. Gesucht: alle k mit genau einer Lösung.
- Genau eine Lösung bedeutet $D = 0$.
- Hier ist $a = 1$, $b = k$, $c = 16 \rightarrow D = k^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16 = k^2 - 64$.
- $D = 0 \rightarrow k^2 = 64$.
- Wurzel mit beiden Vorzeichen: $k = 8$ oder $k = -8$.
- Kontrolle $k = 8$: $x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$ ✓.

Ergebnis: $k^2 - 64 = 0 \rightarrow k = \pm 8$

5 **Für welche c hat $x^2 - 4x + c = 0$ zwei Lösungen?**

- Gegeben: $x^2 - 4x + c = 0$. Gesucht: alle c mit zwei Lösungen.
- Zwei Lösungen bedeutet $D > 0$.
- $a = 1$, $b = -4 \rightarrow D = 16 - 4c$.
- Ungleichung: $16 - 4c > 0 \rightarrow 16 > 4c \rightarrow c < 4$.
- Kontrolle: $c = 3 \rightarrow x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3)$, zwei Lösungen ✓; $c = 4 \rightarrow$ nur eine.

Ergebnis: $16 - 4c > 0 \rightarrow c < 4$

Kurz-Check

1. b) $b^2 - 4ac$ – D gleich b² minus 4ac.
2. b) eine – Genau eine, doppelte Lösung.
3. a) −16 – 4 minus 20 gleich minus 16, also keine reelle Lösung.
4. c) trifft die x-Achse nicht – Sie trifft die x-Achse nicht.
5. c) schneidet die x-Achse zweimal – Positive Diskriminante: zwei Nullstellen.
6. b) 16 – a gleich 1, b gleich 0, c gleich minus 4: 0 minus 4 mal 1 mal minus 4 ist 16.

Noch unsicher? Auf www.team-plus.at/mathematik/diskriminante.html erklärt dir Max das Thema Schritt für Schritt – kostenlos. Persönliche Nachhilfe: 01/503 94 10.

QR Code ist eine eingetragene Marke der DENSO WAVE INCORPORATED in Japan und anderen Ländern.