Arbeitsblatt: Dichtefunktion

4 Aufgaben mit Rechenfeldern und Kurz-Check – mit ausführlichen Lösungen

Name: _____ Klasse: _____ Datum: _____

Mit Max üben

1 Gleichverteilung auf [0; 20]: Wert der Dichte?

2 Wie groß ist dazu die Wahrscheinlichkeit, dass X zwischen 5 und 15 liegt? Dazu $P(5 \leq X \leq 15)$?

3 $f(x) = 0{,}5x$ auf [0; 2]. Ist das eine Dichte?

4 Kann eine Dichte negativ sein?

Kurz-Check: Kreuze die richtige Antwort an.

1. Gesamtfläche unter einer Dichte?

☐ a) 0 ☐ b) 1
☐ c) beliebig

2. Ist f(x) eine Wahrscheinlichkeit?

☐ a) ja ☐ b) nein

3. Gleichverteilung auf [0; 5] – Dichte?

☐ a) 5 ☐ b) 0,2
☐ c) 1

4. Kann eine Dichte Werte über 1 haben?

☐ a) ja ☐ b) nein

5. Welche Aussage beschreibt einen typischen Fehler?

☐ a) Dichtewerte als Wahrscheinlichkeiten deuten.
☐ b) f(x) selbst ist keine Wahrscheinlichkeit – f(x) kann sogar größer als 1 sein.
☐ c) Die Gesamtfläche unter f ist immer 1.

6. Was ist ein typischer Fehler bei diesem Thema?

☐ a) Die Bedingung „Fläche = 1“ nicht prüfen.
☐ b) Die wichtigste Dichtefunktion ist die Gaußsche Glockenkurve.
☐ c) f(x) selbst ist keine Wahrscheinlichkeit – f(x) kann sogar größer als 1 sein.

Lösungen: Dichtefunktion

Zuerst selbst rechnen – dann vergleichen. Jeder Schritt ist erklärt.

1 **Gleichverteilung auf [0; 20]: Wert der Dichte?**

- Gegeben: Gleichverteilung auf [0; 20]. Gesucht: Wert der Dichte.
- Die Gesamtfläche unter einer Dichte ist immer 1.
- Gleichverteilt → die Dichte ist konstant: ein Rechteck mit Breite 20.
- Höhe $\cdot 20 = 1 \;\rightarrow\;$ Höhe $= \frac{1}{20}$.
- $= 0{,}05$.

Ergebnis: $\frac{1}{20} = 0{,}05$

2 **Wie groß ist dazu die Wahrscheinlichkeit, dass X zwischen 5 und 15 liegt? Dazu $P(5 \leq X \leq 15)$?**

- Gesucht: $P(5 \leq X \leq 15)$ zur Gleichverteilung auf [0; 20].
- Wahrscheinlichkeit = Fläche über [5; 15].
- Breite: $15 - 5 = 10$; Höhe: 0,05.
- $10 \cdot 0{,}05 = 0{,}5$.

Ergebnis: $0{,}05 \cdot 10 = 0{,}5$

3 $f(x) = 0{,}5x$ **auf [0; 2]. Ist das eine Dichte?**

- Gegeben: $f(x) = 0{,}5x$ auf [0; 2]. Frage: Ist das eine Dichte?
- Bedingung 1: $f(x) \geq 0$ – auf [0; 2] ist $0{,}5x \geq 0$ ✓.
- Bedingung 2: Fläche = 1.
- Die Fläche ist ein Dreieck: Grundlinie 2, Höhe $f(2) = 1 \;\rightarrow\; \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 1$ ✓.

Ergebnis: Fläche $= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 1 \;\rightarrow\; ja$

4 **Kann eine Dichte negativ sein?**

- Frage: Kann eine Dichte negativ sein?
- Flächen unter der Dichte sind Wahrscheinlichkeiten.
- Wäre die Dichte irgendwo negativ, gäbe es dort eine negative „Wahrscheinlichkeit“.
- Das ist unmöglich.

Ergebnis: Nein.

Kurz-Check

1. b) 1 – 1.
2. b) nein – Nein, erst die Fläche.
3. b) 0,2 – 0,2.
4. a) ja – Nur die Fläche muss 1 sein, nicht die Funktionswerte.
5. a) Dichtewerte als Wahrscheinlichkeiten deuten. – Falsch ist: Dichtewerte als Wahrscheinlichkeiten deuten. Die anderen beiden Aussagen sind richtig.
6. a) Die Bedingung „Fläche = 1“ nicht prüfen. – Falsch ist: Die Bedingung „Fläche = 1“ nicht prüfen. Die anderen beiden Aussagen sind richtig.

Noch unsicher? Auf www.team-plus.at/mathematik/dichtefunktion.html erklärt dir Max das Thema Schritt für Schritt – kostenlos. Persönliche Nachhilfe: 01/503 94 10.

QR Code ist eine eingetragene Marke der DENSO WAVE INCORPORATED in Japan und anderen Ländern.