Arbeitsblatt: Berührpunkt

4 Aufgaben mit Rechenfeldern und Kurz-Check – mit ausführlichen Lösungen

Name: _____ Klasse: _____ Datum: _____

Mit Max üben

1 Berührt der Graph von f(x) = x² − 4x + 4 die x-Achse?
Berührt $f(x) = x^2 - 4x + 4$ die x-Achse?

2 Wie lautet die Tangente an f(x) = x² an der Stelle 1?
Tangente $an f(x) = x^2$ bei $x = 1$?

3 Für welches c berührt $x^2 + c$ die Gerade $y = 2x$?

4 Schneiden oder berühren sich $y = x^2$ und $y = 1$?

Kurz-Check: Kreuze die richtige Antwort an.

1. Was gilt in einem Berührpunkt?

☐ a) nur gleicher Wert ☐ b) gleicher Wert und gleiche Steigung

2. $(x-5)^2$ berührt die x-Achse bei …

☐ a) $x=-5$ ☐ b) $x=5$
☐ c) nirgends

3. Eine Tangente den Graphen …

☐ a) schneidet immer ☐ b) berührt

4. Hat $x^2+1=0$ einen Berührpunkt mit der x-Achse?

☐ a) ja, bei 1 ☐ b) nein
☐ c) ja, bei 0

5. Doppelte Nullstelle bedeutet …

☐ a) Berührpunkt ☐ b) Schnittpunkt
☐ c) Polstelle

6. Tangente $an f(x)=x^2$ bei $x=2$?

☐ a) $y=2x$ ☐ b) $y=4x-4$
☐ c) $y=4x$

Lösungen: Berührpunkt

Zuerst selbst rechnen – dann vergleichen. Jeder Schritt ist erklärt.

1 **Berührt der Graph von f(x) = x² − 4x + 4 die x-Achse?**
Berührt $f(x) = x^2 - 4x + 4$ die x-Achse?

- Gegeben: $f(x) = x^2 - 4x + 4$. Frage: Berührt f die x-Achse?
- Nullstellen suchen: $x^2 - 4x + 4 = 0$.
- Binomische Formel erkennen: $(x - 2)^2 = 0$.
- Nur eine (doppelte) Lösung $x = 2$ – Diskriminante $D = 16 - 16 = 0$.
- Doppelte Nullstelle bedeutet: Der Graph berührt die Achse, statt sie zu schneiden (Scheitel auf der Achse).

Ergebnis: Ja: $(x - 2)^2$, Berührpunkt (2 | 0)

2 **Wie lautet die Tangente an f(x) = x² an der Stelle 1?**
Tangente $anf(x) = x^2$ bei $x = 1$?

- Gegeben: $f(x) = x^2$, Stelle $x = 1$. Gesucht: Tangentengleichung.
- Die Tangente berührt den Graphen im Punkt (1 | f(1)) und hat dort die Steigung f′(1).
- Punkt: $f(1) = 1 \rightarrow (1 \mid 1)$.
- Steigung: $f'(x) = 2x \rightarrow f'(1) = 2$.
- $t(x) = 2x + d$ mit (1 | 1): $1 = 2 + d \rightarrow d = -1$.

Ergebnis: $f(1) = 1$, $f'(1) = 2 \rightarrow t(x) = 2x - 1$

3 **Für welches c berührt $x^2 + c$ die Gerade $y = 2x$?**

- Gegeben: $y = x^2 + c$ und $y = 2x$. Gesucht: c, sodass sie sich berühren.
- Gleichsetzen: $x^2 + c = 2x \rightarrow x^2 - 2x + c = 0$.
- Berühren heißt: genau ein gemeinsamer Punkt $\rightarrow D = 0$.
- $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot c = 4 - 4c = 0 \rightarrow c = 1$.
- Berührstelle: $x = 1$, Punkt (1 | 2).

Ergebnis: $x^2 - 2x + c = 0$ mit $D = 0 \rightarrow c = 1$

4 **Schneiden oder berühren sich $y = x^2$ und $y = 1$?**

- Gegeben: $y = x^2$ und $y = 1$. Frage: schneiden oder berühren?
- Gleichsetzen: $x^2 = 1$.
- Zwei Lösungen: $x = 1$ und $x = -1$.
- Zwei verschiedene gemeinsame Punkte → die Gerade schneidet die Parabel.
- Berühren würde $y = 0$ (nur der Scheitel).

Ergebnis: schneiden (zwei Schnittpunkte ±1)

Kurz-Check

1. b) gleicher Wert und gleiche Steigung – Gleicher Wert und gleiche Steigung.
2. b) $x = 5$ – Bei x gleich 5.
3. b) berührt – Berührt.
4. b) nein – x² plus 1 ist immer größer als 0.
5. a) Berührpunkt – Bei einer doppelten Nullstelle berührt der Graph die x-Achse.
6. b) $y = 4x - 4$ – f von 2 gleich 4, Steigung 4: 4 gleich 8 plus d, d gleich minus 4.

Noch unsicher? Auf www.team-plus.at/mathematik/beruehrpunkt.html erklärt dir Max das Thema Schritt für Schritt – kostenlos. Persönliche Nachhilfe: 01/503 94 10.

QR Code ist eine eingetragene Marke der DENSO WAVE INCORPORATED in Japan und anderen Ländern.