Arbeitsblatt: Die Integralrechnung

4 Aufgaben mit Rechenfeldern und Kurz-Check – mit ausführlichen Lösungen

Mit Max üben

Name: _____ Klasse: _____ Datum: _____

1 Wie lautet das unbestimmte Integral von 6x²?

$$\int 6x^2 \, dx$$

2 Wie groß ist das Integral von x plus 1 von 0 bis 2?

$$\int_0^2 (x+1) \, dx$$

3 Wie groß ist das Integral von sin x von 0 bis Pi?

$$\int_0^\pi \sin x \, dx$$

4 Fläche zwischen x-Achse und $x^2 - 4$

Kurz-Check: Kreuze die richtige Antwort an.

1. $\int_a^b f = \dots$

☐ a) F(b) − F(a)
☐ b) F(a) − F(b)

2. $\int e^x \, \mathrm{d}x = \dots$

☐ a) $e^x + C$
☐ b) $x \cdot e^x$

3. $\int \cos x \, \mathrm{d}x =$?

☐ a) $-\sin x + C$
☐ b) $\cos x + C$
☐ c) $\sin x + C$

4. Welche Aussage beschreibt einen typischen Fehler?

☐ a) Die Integrationskonstante C vergessen.
☐ b) Unter der x-Achse ist das Integral negativ – für Flächen Beträge der Teilintegrale addieren.
☐ c) Fläche zwischen zwei Kurven: ∫ (oben − unten) dx zwischen den Schnittstellen.

5. Was ist ein typischer Fehler bei diesem Thema?

☐ a) Unter der x-Achse ist das Integral negativ – für Flächen Beträge der Teilintegrale addieren.
☐ b) Flächen unter der x-Achse negativ zählen.
☐ c) Fläche zwischen zwei Kurven: ∫ (oben − unten) dx zwischen den Schnittstellen.

6. Welcher dieser Punkte ist ein Fehler, den du vermeiden solltest?

☐ a) Unter der x-Achse ist das Integral negativ – für Flächen Beträge der Teilintegrale addieren.
☐ b) Fläche zwischen zwei Kurven: ∫ (oben − unten) dx zwischen den Schnittstellen.
☐ c) F(a) − F(b) statt F(b) − F(a).

Lösungen: Die Integralrechnung

Zuerst selbst rechnen – dann vergleichen. Jeder Schritt ist erklärt.

1 **Wie lautet das unbestimmte Integral von 6x²?**

$$\int 6x^2\,\mathrm{d}x$$

- Gesucht: $\int 6x^2\,\mathrm{d}x$.
- Potenzregel rückwärts: $\int x^n\,\mathrm{d}x = \frac{x^{n+1}}{n+1}$.
- $6 \cdot \frac{x^3}{3} = 2x^3$.
- Integrationskonstante nicht vergessen.
- Kontrolle: $(2x^3)' = 6x^2$ ✓.

Ergebnis: $2x^3 + C$

2 **Wie groß ist das Integral von x plus 1 von 0 bis 2?**

$$\int_0^2 (x+1)\,\mathrm{d}x$$

- Gesucht: $\int_0^2 (x+1)\,\mathrm{d}x$.
- Stammfunktion: $\frac{x^2}{2} + x$.
- Obere Grenze: $2 + 2 = 4$; untere: 0.
- $4 - 0 = 4$ (Trapezfläche: $\frac{1+3}{2} \cdot 2 = 4$ ✓).

Ergebnis: 4

3 **Wie groß ist das Integral von sin x von 0 bis Pi?**

$$\int_0^\pi \sin x\,\mathrm{d}x$$

- Gesucht: $\int_0^\pi \sin x\,\mathrm{d}x$.
- Stammfunktion: −cos x.
- $-\cos\pi - (-\cos 0) = 1 + 1$.
- = 2.

Ergebnis: 2

4 **Fläche zwischen x-Achse und $x^2 - 4$**

- Gesucht: Fläche zwischen x-Achse und $f(x) = x^2 - 4$.
- Nullstellen: $x = \pm 2$. Dazwischen liegt f unter der x-Achse.
- $\int_{-2}^{2} (x^2 - 4)\,\mathrm{d}x = \left[\frac{x^3}{3} - 4x\right]_{-2}^{2} = \left(\frac{8}{3} - 8\right) - \left(-\frac{8}{3} + 8\right) = -\frac{32}{3}$.
- Fläche ist positiv → Betrag nehmen.

Ergebnis: $\frac{32}{3}$

Kurz-Check

1. a) F(b) − F(a) – F von b minus F von a.
2. a) $e^x + C$ – e hoch x plus C.
3. c) $\sin x + C$ – Die Ableitung von sin x ist cos x.
4. a) Die Integrationskonstante C vergessen. – Falsch ist: Die Integrationskonstante C vergessen. Die anderen beiden Aussagen sind richtig.
5. b) Flächen unter der x-Achse negativ zählen. – Falsch ist: Flächen unter der x-Achse negativ zählen. Die anderen beiden Aussagen sind richtig.
6. c) F(a) − F(b) statt F(b) − F(a). – Falsch ist: F(a) − F(b) statt F(b) − F(a). Die anderen beiden Aussagen sind richtig.

Noch unsicher? Auf www.team-plus.at/mathematik/802-die-integralrechnung.html erklärt dir Max das Thema Schritt für Schritt – kostenlos. Persönliche Nachhilfe: 01/503 94 10.

QR Code ist eine eingetragene Marke der DENSO WAVE INCORPORATED in Japan und anderen Ländern.