Arbeitsblatt: Dynamische Systeme

4 Aufgaben mit Rechenfeldern und Kurz-Check – mit ausführlichen Lösungen

Mit Max üben

Name: _____ Klasse: _____ Datum: _____

1 Jeder neue Wert ist das 1,1-Fache des vorigen, der Startwert ist 200. Wie groß ist x drei?

$x_{n+1} = 1{,}1x_n$, $x_0 = 200$: x₃?

2 Wo liegt der Fixpunkt, wenn jeder neue Wert die Hälfte des vorigen plus 10 ist?

Fixpunkt von $x_{n+1} = 0{,}5x_n + 10$

3 Welches Modell hat eine Obergrenze?

4 Jeder neue Wert ist um 3 kleiner als der vorige, Startwert 20. Wann wird er negativ?

$x_{n+1} = x_n - 3$, $x_0 = 20$: wann negativ?

Kurz-Check: Kreuze die richtige Antwort an.

1. $x_{n+1} = 1{,}05 \cdot x_n$ ist …

☐ a) linear ☐ b) exponentiell

2. Fixpunkt heißt …

☐ a) Gleichgewicht ☐ b) Startwert

3. Beschränktes Wachstum nähert sich …

☐ a) 0 ☐ b) der Schranke S

4. $x_{n+1} = x_n + 5$ ist …

☐ a) exponentielles Wachstum ☐ b) beschränktes Wachstum
☐ c) lineares Wachstum

5. $x_{n+1} = 1{,}2 \cdot x_n$, $x_0 = 100$: x_1?

☐ a) 102 ☐ b) 120
☐ c) 1,2

6. Wie nennt man einen Wert, der sich nicht mehr ändert?

☐ a) Startwert ☐ b) Fixpunkt
☐ c) Wendepunkt

Lösungen: Dynamische Systeme

Zuerst selbst rechnen – dann vergleichen. Jeder Schritt ist erklärt.

1 **Jeder neue Wert ist das 1,1-Fache des vorigen, der Startwert ist 200. Wie groß ist x drei?**

$x_{n+1} = 1{,}1x_n$, $x_0 = 200$**: x_3?**

- Gegeben: $x_{n+1} = 1{,}1 \cdot x_n$, $x_0 = 200$. Gesucht: x_3.
- Jeder Schritt: mal 1,1.
- $x_1 = 220$, $x_2 = 242$, $x_3 = 266{,}2$.
- Direkt: $200 \cdot 1{,}1^3 = 266{,}2$.

Ergebnis: 266,2

2 **Wo liegt der Fixpunkt, wenn jeder neue Wert die Hälfte des vorigen plus 10 ist?**
Fixpunkt von $x_{n+1} = 0{,}5x_n + 10$

- Gegeben: $x_{n+1} = 0{,}5x_n + 10$. Gesucht: Fixpunkt.
- Fixpunkt: Der Wert ändert sich nicht mehr $\rightarrow$ $x = 0{,}5x + 10$.
- $0{,}5x = 10 \rightarrow x = 20$.
- Kontrolle: $0{,}5 \cdot 20 + 10 = 20$ ✓.

Ergebnis: 20

3 **Welches Modell hat eine Obergrenze?**

- Frage: Welches Modell hat eine Obergrenze?
- Exponentielles Wachstum wächst ohne Grenze.
- Beschränktes und logistisches Wachstum nähern sich einer Kapazitätsgrenze S.

Ergebnis: beschränkt/logistisch

4 **Jeder neue Wert ist um 3 kleiner als der vorige, Startwert 20. Wann wird er negativ?**

$x_{n+1} = x_n - 3$, $x_0 = 20$**: wann negativ?**

- Gegeben: $x_{n+1} = x_n - 3$, $x_0 = 20$. Gesucht: Wann wird x negativ?
- $x_n = 20 - 3n$ (lineare Abnahme).
- $20 - 3n$ < 0 → n > 6,67.
- $x_6 = 2$, $x_7 = -1$.

Ergebnis: $abn = 7$

Kurz-Check

1. b) exponentiell – Exponentiell.
2. a) Gleichgewicht – Gleichgewicht.
3. b) der Schranke S – Der Schranke.
4. c) lineares Wachstum – Jeder Schritt plus 5.
5. b) 120 – 100 mal 1,2.
6. b) Fixpunkt – Ein Gleichgewicht.

Noch unsicher? Auf www.team-plus.at/mathematik/707-dynamische-systeme.html erklärt dir Max das Thema Schritt für Schritt – kostenlos. Persönliche Nachhilfe: 01/503 94 10.

QR Code ist eine eingetragene Marke der DENSO WAVE INCORPORATED in Japan und anderen Ländern.