Arbeitsblatt: Algebraische Gleichungen höheren Grades

4 Aufgaben mit Rechenfeldern und Kurz-Check – mit ausführlichen Lösungen

Mit Max üben

Name: _____ Klasse: _____ Datum: _____

1 Wir lösen die Gleichung x³ − x = 0.

$$x^3 - x = 0$$

2 Wir lösen die Gleichung x³ − 7x + 6 = 0.

$$x^3 - 7x + 6 = 0$$

3 Wir lösen die biquadratische Gleichung x⁴ − 13x² + 36 = 0.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

4 Wie viele komplexe Lösungen hat eine Gleichung 5. Grades?

Kurz-Check: Kreuze die richtige Antwort an.

1. Höchstens wie viele reelle Lösungen bei Grad 4?

☐ a) 4 ☐ b) 8

2. Mögliche ganzzahlige Lösungen sind Teiler …

☐ a) des absoluten Glieds ☐ b) des Leitkoeffizienten

3. x⁴ + … : substituiere $u = \ldots$

☐ a) x² ☐ b) x³

4. $x^4 = 16$ (reell)?

☐ a) ±2 ☐ b) 4
☐ c) ±4

5. Welche Methode hilft bei $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$?

☐ a) Logarithmieren ☐ b) Substitution $u = x^2$
☐ c) Integrieren

6. Welche Aussage beschreibt einen typischen Fehler?

☐ a) Herausheben: $x^3 - 4x = x(x^2 - 4)$
☐ b) Erraten + Polynomdivision: ganzzahlige Lösungen sind Teiler des absoluten Glieds.
☐ c) Durch x dividieren und $x = 0$ verlieren.

Lösungen: Algebraische Gleichungen höheren Grades

Zuerst selbst rechnen – dann vergleichen. Jeder Schritt ist erklärt.

1 **Wir lösen die Gleichung x³ − x = 0.**

$$x^3 - x = 0$$

- Gegeben: $x^3 - x = 0$.
- x herausheben: $x(x^2 - 1) = 0$.
- $x = 0$ oder $x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$.

Ergebnis: 0, 1, −1

2 **Wir lösen die Gleichung x³ − 7x + 6 = 0.**

$$x^3 - 7x + 6 = 0$$

- Gegeben: $x^3 - 7x + 6 = 0$.
- Ganzzahlige Lösungen sind Teiler von 6 – probieren: $x = 1 \rightarrow 1 - 7 + 6 = 0$ ✓.
- Polynomdivision: $(x^3 - 7x + 6) : (x - 1) = x^2 + x - 6$.
- $x^2 + x - 6 = 0 \rightarrow x = 2$ oder $x = -3$.

Ergebnis: 1, 2, −3

3 **Wir lösen die biquadratische Gleichung x⁴ − 13x² + 36 = 0.**

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

- Gegeben: $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$.
- Biquadratisch: Substitution $u = x^2 \rightarrow u^2 - 13u + 36 = 0$.
- $u = 4$ oder $u = 9$.
- Rücksubstitution: $x^2 = 4 \rightarrow \pm 2$; $x^2 = 9 \rightarrow \pm 3$.

Ergebnis: ±2, ±3

4 **Wie viele komplexe Lösungen hat eine Gleichung 5. Grades?**

- Frage: Wie viele komplexe Lösungen hat eine Gleichung 5. Grades?
- Fundamentalsatz der Algebra: Grad n → genau n Lösungen in $\mathbb{C}$ (mit Vielfachheit).

Ergebnis: 5

Kurz-Check

1. a) 4 – 4.
2. a) des absoluten Glieds – Des absoluten Glieds.
3. a) x² – x².
4. a) ±2 – Zweimal Wurzel.
5. b) Substitution $u = x^2$ – Biquadratische Gleichung.
6. c) Durch x dividieren und $x = 0$ verlieren. – Falsch ist: Durch x dividieren und $x = 0$ verlieren. Die anderen beiden Aussagen sind richtig.

Noch unsicher? Auf www.team-plus.at/mathematik/704-algebraische-gleichungen-hoeheren-grades.html erklärt dir Max das Thema Schritt für Schritt – kostenlos. Persönliche Nachhilfe: 01/503 94 10.

QR Code ist eine eingetragene Marke der DENSO WAVE INCORPORATED in Japan und anderen Ländern.