Arbeitsblatt: Die Kugel

4 Aufgaben mit Rechenfeldern und Kurz-Check – mit ausführlichen Lösungen

Mit Max üben

Name: _____ Klasse: _____ Datum: _____

1 Wo liegt der Mittelpunkt der Kugel x² + y² + z² − 2x = 8, und wie groß ist der Radius?
Mittelpunkt und r von $x^2 + y^2 + z^2 - 2x = 8$

2 Liegt der Punkt (2|2|1) auf der Kugel x² + y² + z² = 9?
Liegt (2|2|1) auf $x^2 + y^2 + z^2 = 9$?

3 Wie groß ist das Volumen einer Kugel mit dem Radius 6?
V einer Kugel mit $r = 6$

4 Eine Kugel hat die Oberfläche 100 Pi. Wie groß ist ihr Radius?
r einer Kugel mit $O = 100\pi$

Kurz-Check: Kreuze die richtige Antwort an.

1. O Kugel = …

☐ a) 4r²π ☐ b) πr²

2. $(x-2)^2 + y^2 + z^2 = 16$: $r = \ldots$

☐ a) 4 ☐ b) 16

3. Abstand M–Ebene $< r \rightarrow$

☐ a) Ebene schneidet ☐ b) Ebene berührt

4. Mittelpunkt von $(x-2)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 16$?

☐ a) (−2|0|1) ☐ b) (2|0|−1)
☐ c) (2|0|1)

5. Radius dazu?

☐ a) 16 ☐ b) 8
☐ c) 4

6. Abstand Mittelpunkt–Ebene größer als r bedeutet …

☐ a) sie berührt sie ☐ b) die Ebene trifft die Kugel nicht
☐ c) sie schneidet sie

Lösungen: Die Kugel

Zuerst selbst rechnen – dann vergleichen. Jeder Schritt ist erklärt.

1 **Wo liegt der Mittelpunkt der Kugel x² + y² + z² − 2x = 8, und wie groß ist der Radius?**
Mittelpunkt und r von $x^2+y^2+z^2-2x=8$

- Gegeben: $x^2+y^2+z^2-2x=8$. Gesucht: Mittelpunkt und r.
- Quadratisch ergänzen bei x: $x^2-2x=(x-1)^2-1$.
- $(x-1)^2-1+y^2+z^2=8 \;\rightarrow\; (x-1)^2+y^2+z^2=9$.
- M(1|0|0), $r^2=9 \;\rightarrow\; r=3$.

Ergebnis: M(1|0|0), $r=3$

2 **Liegt der Punkt (2|2|1) auf der Kugel x² + y² + z² = 9?**
Liegt (2|2|1) auf $x^2+y^2+z^2=9$?

- Gegeben: (2|2|1), Kugel $x^2+y^2+z^2=9$. Frage: Liegt der Punkt darauf?
- $4+4+1=9$.
- Gleichung erfüllt → Abstand vom Ursprung genau 3.

Ergebnis: ja

3 **Wie groß ist das Volumen einer Kugel mit dem Radius 6?**
V einer Kugel mit $r=6$

- Gesucht: Volumen einer Kugel mit $r=6$.
- $V=\frac{4}{3}\cdot r^3\cdot\pi$.
- $r^3=216 \;\rightarrow\; \frac{4}{3}\cdot 216=288$.
- $V=288\pi\approx 904{,}8$.

Ergebnis: $288\pi\approx 904{,}8$

4 **Eine Kugel hat die Oberfläche 100 Pi. Wie groß ist ihr Radius?**
r einer Kugel mit $O=100\pi$

- Gegeben: $O=100\pi$. Gesucht: r.
- $O=4r^2\pi \;\rightarrow\; 4r^2\pi=100\pi$.
- $r^2=25 \;\rightarrow\; r=5$.

Ergebnis: 5

Kurz-Check

1. a) $4r^2\pi$ – 4 r^2 π.
2. a) 4 – 4.
3. a) Ebene schneidet – Sie schneidet die Kugel.
4. b) (2|0|−1) – Vorzeichen umdrehen.
5. c) 4 – Wurzel aus 16.
6. b) die Ebene trifft die Kugel nicht – Sie liegt außerhalb.

Noch unsicher? Auf www.team-plus.at/mathematik/702-die-kugel.html erklärt dir Max das Thema Schritt für Schritt – kostenlos. Persönliche Nachhilfe: 01/503 94 10.

QR Code ist eine eingetragene Marke der DENSO WAVE INCORPORATED in Japan und anderen Ländern.