Arbeitsblatt: Das skalare Produkt

4 Aufgaben mit Rechenfeldern und Kurz-Check – mit ausführlichen Lösungen

Mit Max üben

Name: _____ Klasse: _____ Datum: _____

1 Wie groß ist das Skalarprodukt von (1|2|3) und (4|−1|2)?

$(1|2|3) \cdot (4|-1|2)$

2 Welchen Winkel schließen die Vektoren (1|0) und (1|1) ein?
Winkel zwischen (1|0) und (1|1)

3 Für welches t steht der Vektor (2|t) normal auf (3|6)?
Für welches t ist (2|t) □ (3|6)?

4 Wir suchen einen Normalvektor zu (5|2).
Normalvektor zu (5|2)

Kurz-Check: Kreuze die richtige Antwort an.

1. $a \cdot b = 0$ bedeutet ...

☐ a) parallel ☐ b) orthogonal

2. Das Ergebnis ist ...

☐ a) ein Vektor ☐ b) eine Zahl

3. Ist das Skalarprodukt ein Vektor?

☐ a) ja ☐ b) nein, eine Zahl

4. $a \cdot a =$?

☐ a) $|a|^2$ ☐ b) 0
☐ c) 2a

Lösungen: Das skalare Produkt

Zuerst selbst rechnen – dann vergleichen. Jeder Schritt ist erklärt.

1 **Wie groß ist das Skalarprodukt von (1|2|3) und (4|−1|2)?**
$(1|2|3) \cdot (4|-1|2)$

- Gegeben: $(1|2|3) \cdot (4|-1|2)$.
- Skalarprodukt: komponentenweise multiplizieren und addieren.
- $1 \cdot 4 + 2 \cdot (-1) + 3 \cdot 2 = 4 - 2 + 6$.
- = 8.

Ergebnis: 8

2 **Welchen Winkel schließen die Vektoren (1|0) und (1|1) ein?**
Winkel zwischen (1|0) und (1|1)

- Gesucht: Winkel zwischen (1|0) und (1|1).
- $\cos\varphi = \dfrac{a \cdot b}{|a| \cdot |b|}$.
- $a \cdot b = 1$; $|a| = 1$; $|b| = \sqrt{2}$.
- $\cos\varphi = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \approx 0{,}7071 \;\rightarrow\; \varphi = 45°$.

Ergebnis: 45°

3 **Für welches t steht der Vektor (2|t) normal auf (3|6)?**
Für welches t ist (2|t) □ (3|6)?

- Gesucht: t mit (2|t) □ (3|6).
- Orthogonal ⇔ Skalarprodukt 0: $2 \cdot 3 + t \cdot 6 = 0$.
- $6 + 6t = 0 \;\rightarrow\; t = -1$.

Ergebnis: $t = -1$

4 **Wir suchen einen Normalvektor zu (5|2).**
Normalvektor zu (5|2)

- Gesucht: Normalvektor zu (5|2).
- Koordinaten tauschen, ein Vorzeichen ändern: (2 | −5) oder (−2 | 5).
- Kontrolle: $5 \cdot 2 + 2 \cdot (-5) = 0$ ✓.

Ergebnis: (2|−5) oder (−2|5)

Kurz-Check

1. b) orthogonal – Orthogonal.
2. b) eine Zahl – Eine Zahl.
3. b) nein, eine Zahl – Darum heißt es skalar.
4. a) $|a|^2$ – Das Skalarprodukt mit sich selbst ist die Länge zum Quadrat.

Noch unsicher? Auf www.team-plus.at/mathematik/613-das-skalare-produkt.html erklärt dir Max das Thema Schritt für Schritt – kostenlos. Persönliche Nachhilfe: 01/503 94 10.

QR Code ist eine eingetragene Marke der DENSO WAVE INCORPORATED in Japan und anderen Ländern.